MECHANIKA KWANTOWA I 2009/2010
seria 9
30 listopada 2009

Zadanie 1
Znaleźć energię i funkcję własną stanu podstawowego ($l = 0$) cząstki o masie m w sferycznie symetrycznym potencjale:

$$V(r) = -V_0 a\delta(r-a), \quad V_0,\, a > 0.$$

Zadanie 2
Wykazać, że funkcja falowa:

$$\Psi(r,\theta,\phi) = Af(r)x$$

jest funkcją własną operatorów L^2 i L_x.

Zadanie 3
Dla elektronu w atomie wodoru w stanie 2s

$$\Psi_{200} = \sqrt{\frac{1}{32\pi a_0^3}}\left(2-\frac{r}{a_0}\right)\exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right)$$

obliczyć:

1. radialną gęstość prawdopodobieństwa (i naszkicować wykres),
2. najbardziej prawdopodobną odległość od jądra,
3. średnie r i r^2 oraz dyspersję σ_r^2,
4. prawdopodobieństwo znalezienia elektronu w odległościach mniejszych od tej najbardziej prawdopodobnej,
5. średnią energię potencjalną,
6. średnią energię kinetyczną.

Zadanie 4
Elektron znajduje się w stanie podstawowym atomu wodoru. Obliczyć:

1. średnią wartość pędu radialnego p_r,
2. średnią wartość p^2.

$$p_r = \frac{\hbar}{i}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r, \quad p^2 = p_r^2 + \frac{l(l+1)\hbar^2}{r^2}$$

Zadanie 5 (dodatkowe)
Sprawdzić, że funkcja $j_2(kr)$ spełnia równanie radialne z $l = 2$ dla cząstki swobodnej (czyli $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$). Skorzystać ze wzoru:

$$j_l(x) = (-x)^l\left(\frac{1}{x}\frac{d}{dx}\right)^l\frac{\sin x}{x}$$