

Zadanie z mechaniki kwantowej I 2009/10 seria XIII

1. Potencjał wzajemnego oddziaływania protonu z neutronem można w przybliżeniu opisać wzorem

$$V(r) = -V_0 e^{-\frac{r}{a}},$$

gdzie $a = 2,18 \cdot 10^{-15}$ m, $V_0 = 32,7$ MeV. Oszacować metodą wariacyjną energię stanu podstawowego układu (czyli deuteronu). Użyć funkcji próbnej w postaci

$$\Psi(\lambda, r) = A e^{-\frac{\lambda r}{2a}},$$

gdzie λ jest parametrem wariacyjnym. Wynik doświadczalny wynosi $E_{\text{exp}} \approx -2,23$ MeV.

2. Metodą WKB (czyli przybliżenia półklasycznego) wyznaczyć energie stanów związanych dla jednowymiarowego ruchu w potencjale

•

$$V(x) = -\frac{V_0}{\cosh^2\left(\frac{x}{a}\right)},$$

•

$$V(x) = \frac{V_0}{\cos^2\left(\frac{x}{a}\right)}.$$

Można wyniki porównać ze ścisłymi rozwiązaniami, które proszę wyprowadzić lub znaleźć w literaturze (Np. zbiór zadań BMW).

3. $N_0 = 10^{13}$ elektronów ma spiny skierowane wzdłuż pola magnetycznego $\mathbf{B} = (0, 0, B_0)$. W kierunku x przykładamy zmienne w czasie pole magnetyczne będące słabym zaburzeniem

$$B'(t) = 10^{-3} B_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right),$$

gdzie $t > 0$. Oszacuj liczbę elektronów ΔN , które zmieniły stan spinowy w czasie $t = 10\tau$, gdy $\Omega\tau = 10^2$ i $B_0 = 1$ T. $\Omega = |e|B_0/m$ jest częstością cyklotronową.

4. (zadanie konkursowe)

Metodą wariacyjną, w klasie jednoparametrowych funkcji próbnych, oszacować energię stanu podstawowego układu jednowymiarowego opisanego hamiltonianem

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}x^2 + \alpha x^4.$$

Dla zadanej funkcji próbnej i dla $m = \omega = 1$ oraz $\alpha = 0.1, 1, \text{ i } 10$ podać wartości liczbowe otrzymanych energii. Wyniki oraz postać wybranej najlepszej funkcji falowej proszę przesłać na mój adres e-mailowy (Krzysztof Byczuk). Osoba, która znajdzie najmniejszą wartość energii, otrzyma nasze uznanie i wpis na WWW.