Zad. 6.1. Znaleźć i zbadać punkty krytyczne funkcji $z(x, y)$ zadanej w sposób uwikłany równaniem

$$(x+z)(y+z)(1+\frac{z}{xy}) = 8$$

w obszarze $x, y > 0$.

Zad. 6.2. Zbadać przy użyciu metody mnożników Lagrange'a punkty krytyczne funkcji $f(x, y) = \frac{x}{y}$ na zbiorze $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x-3)^2 + (y-1)^2 = 2\}$.

Zad. 6.3. Znaleźć minimum i maksimum funkcji $f(x, y, z) = \frac{x+y}{z+1}$ na zbiorze $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq 0, \sqrt{z} + \sqrt[4]{x^2+y^2} \leq 1\}$.

Zad. 6.4. Znaleźć minimum i maksimum funkcji $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_2 + x_3x_4$ na zbiorze $K = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^4 : \sum_{i=1}^4 x_i^2 = 1, x_1 + x_2 = 2(x_3 + x_4)\}$.

Zad. 6.5. Wyznaczyć pochodne funkcji

$$f(x) = \int_0^1 \frac{t^x - 1}{\ln t}\mathrm{d}t$$

$$f(x) = \int_x^{\cos x} \cosh(t^2)\mathrm{d}t$$

$$f(x) = \int_x^{x^2} \ln(x+t)\mathrm{d}t$$

Zad. 6.6. Używając równiczkowania całki po parametrze, policzyć całki

$$\int_0^\infty \frac{\sin x}{x}\mathrm{d}x = \lim_{a\to\infty} \int_0^\infty \mathrm{e}^{-ax}\frac{\sin x}{x}\mathrm{d}x$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{x}{\mathrm{tg}x}\mathrm{d}x = \left[\int_0^{\pi/2} \frac{\mathrm{arctg}(a\mathrm{tg}x)}{\mathrm{tg}x}\mathrm{d}x\right]\Big|_{a=1}$$

$$\int_0^\pi \ln(1 - 2a\cos x + a^2)\mathrm{d}x$$

$$\int_0^\pi \frac{\ln(1+\cos a\cos x)}{\cos x}\mathrm{d}x$$