

Zad. 8.1. Znaleźć ogólną postać rozwiązania równań różniczkowych o zmiennych rozdzielonych ($x = x(t)$);

$$x' = tx, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$2t^2 x' = x$$

$$(a+t)(b+x)x' = tx, \quad a, b \in \mathbb{R}$$

$$t^2 x' + x - a = 0, \quad a, b \in \mathbb{R}$$

$$t^2 + (x')^2 = 1$$

$$(1+t)x + (1-x)tx' = 0$$

$$(1-t^2)x' = 1-x^2$$

$$x' = \sin x$$

$$x' = \cos x$$

$$1+x^2+txx' = 0$$

Zad. 8.2. Używając podstawienia $u(t) = ax(t) + bt + c$ znaleźć ogólną postać rozwiązań równań różniczkowych

$$(x+t)^2 x' = a, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$x' = x + t + 3$$

$$x' = \sin(x-t)$$

$$x' = \frac{1}{x+t}$$

Zad. 8.3. Używając podstawienia $x(t) = tu(t)$ znaleźć ogólną postać rozwiązań równań różniczkowych jednorodnych:

$$t^2 x' = t^2 + tx + x^2$$

$$2x' = \frac{x}{t} + \frac{t}{x}$$

$$(x-2t)x' = 2x+t$$

$$x' = \frac{2x^2 - tx}{x^2 - tx + t^2}$$

$$(x^2 - t^2)x' = 2tx$$

Zad. 8.4. Znaleźć równanie krzywej przechodzącej przez punkt (2,3) takiej, że każdy odcinek prostej stycznej do krzywej zawarty pomiędzy osiami układu współrzędnych jest dzielony przez punkt styczności dokładnie na pół.

Zad. 8.5. Znaleźć równanie krzywej przechodzącej przez punkt (2,0) takiej, że każdy odcinek prostej stycznej do krzywej zawarty pomiędzy punktem styczności a osią OY ma długość 2.

Zad. 8.6. Znaleźć równania rodziny krzywych prostopadłych w każdym punkcie do rodziny hiperbol o równaniach $y = \frac{a}{x}$, $a \neq 0$.

Zad. 8.7. Znaleźć równania rodziny krzywych prostopadłych w każdym punkcie do rodziny parabol o równaniach $y = \frac{x^2 - a^2}{2a}$, $a > 0$.