

Zad. 9.1. Znajdź rozwinięcie podanych funkcji w szereg Laurenta, we wszystkich możliwych pierścieniach

- a) $\frac{1}{z+z^3}$ wokół $z_0 = 0$
- b) $\frac{1}{z+z^3}$ wokół $z_0 = 1$
- c) $\frac{1}{z^2}$ wokół $z_0 = 1$
- d) $\frac{1}{z^2(z+1)}$ wokół $z_0 = 1$

Zad. 9.2. Znajdź residua podanych funkcji we wszystkich punktach osobliwych oraz w nieskończoności (jeśli istnieje):

$\frac{z}{z^2+1}$, $\frac{1}{z^n-1}$ gdzie $n \in \mathbb{N}$, $\frac{e^z}{z^2}$, $\frac{z}{1-\cos z}$, $\frac{\pi g(z)}{\sin(\pi z)}$ gdzie $g(z)$ jest funkcją holomorficzną na $\mathbb{C}$

Zad. 9.3. Wykorzystując całkowanie po konturze na płaszczyźnie zespolonej, policz całki

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{a + b \cos \varphi}, \quad |a| > |b| > 0$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi}{1 - 2p \cos \varphi + p^2} d\varphi, \quad p \neq \pm 1$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(\frac{5}{4} - \sin \varphi)^2}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x + 1}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^4 + 1}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)(x^2 + b^2)}, \quad 0 < a < b$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + a^2)^2}, \quad 0 < a < b$$