

Analiza

lista tematów na egzamin ustny

UWAGA: W przypadku twierdzeń znać należy nie tylko tezę, ale też założenia.

Całki wielokrotne i całki z parametrem

Twierdzenie Fubiniego o zamianie całki wielokrotnej na iterowaną (z dowodem).
Twierdzenie o zamianach zmiennych w całce wielokrotnej (z dowodem). Całkowa reguła Leibniza (z dowodem).

Elementy analizy wektorowej

Definicje gradientu, dywergencji, rotacji i laplasjanu w kartezjańskim układzie współrzędnych. Definicja potencjalnego pola wektorowego. Definicje całek krzywoliniowej i powierzchniowej pierwszego i drugiego rodzaju. Wzory Greena, Stokesa i Gaussa (z dowodami). Wzory an gradient, dywergencję, rotację i laplasjan w krzywoliniowym układzie współrzędnych.

Analiza zespolona

Definicja granicy i różniczkowania po zmiennej zespolonej. Definicja funkcji holomorficznej. Twierdzenie Cauchy'ego-Riemanna (z dowodem). Definicja całki krzywoliniowej na płaszczyźnie zespolonej. Definicja i właściwości funkcji wykładniczej (e^z), logarytmicznej ($\ln z$) i potęgowej (z^a) zmiennej zespolonej. Twierdzenie Cauchy'ego-Goursata (z dowodem). Wzór Cauchy'ego i wzór Cauchy'ego dla pochodnych (z wyprowadzeniem). Definicja szeregu Taylora i szeregu Laurenta funkcji holomorficznej. Definicja przedłużenia analitycznego. Klasyfikacja punktów osobliwych funkcji holomorficznej. Definicja i wzór na residuum w biegunie n -tego rzędu. Definicja i wzór na residuum w nieskończoności. Lemat Jordana (z dowodem). Wyprowadzenie zastosowań całek konturowych (po okręgu, po półkolu, po dziurce od klucza) do liczenia całek funkcji rzeczywistych.

Analiza Fourierowska, elementy teorii dystrybucji, wstęp do przestrzeni Hilberta

Definicja szeregu Fouriera (na funkcje wykładnicze lub trygonometryczne). Definicja transformaty Fouriera. Wzory Parsevala i Planchereta dla szeregu i transformaty Fouriera (z wyprowadzeniami). Własności transformaty Fouriera. Definicja dystrybucji. Definicja delty Diraca. Definicja pochodnej dystrybucji. Definicja granicy w zbiorze dystrybucji. Wzór na $\lim_{\epsilon \rightarrow 0+} (x \pm i\epsilon)^{-1}$ z wyprowadzeniem. Definicja przestrzeni Hilberta. Definicja bazy ortonormalnej w przestrzeni Hilberta i relacja zupełności. Definicja operatora sprzężonego i hermitowskiego. Własności operatorów hermitowskich.