

Analiza
lista tematów na egzamin ustny

UWAGA: W przypadku twierdzeń znać należy nie tylko tezę, ale też założenia.

Rachunek różniczkowy i całkowy (dokończenie)

Całkowa reguła Leibniza dla całek po przedziale domkniętym (z dowodem).
Całkowa reguła Leibniza dla całek niewłaściwych.

Elementy analizy wektorowej

Definicje gradientu, dywergencji, rotacji i laplasjanu w kartezjańskim układzie współrzędnych. Definicja potencjalnego pola wektorowego Definicje całek krzywoliniowej i powierzchniowej pierwszego i drugiego rodzaju. Wzory Greena, Stokesa i Gaussa (z dowodami). Wzory na gradient, dywergencję, rotację i laplasjan w niekartezjańskich układach współrzędnych (z wyprowadzeniem).

Analiza zespolona

Interpretacja funkcji wieloznacznej na płaszczyźnie zespolonej. Definicja granicy i różniczkowania po zmiennej zespolonej. Definicja funkcji holomorficzej. Twierdzenie Cauchy'ego-Riemanna (z dowodem). Definicja całki konturowej na płaszczyźnie zespolonej. Klasyfikacja punktów osobliwych funkcji holomorficzej. Definicja i właściwości funkcji wykładniczej (e^z), logarytmicznej ($\ln z$) i potęgowej (z^a) zmiennej zespolonej. Twierdzenie Cauchy'ego-Goursata (z dowodem). Wzór Cauchy'ego i wzór Cauchy'ego dla pochodnych (z wyprowadzeniem). Definicja szeregu Taylora i szeregu Laurenta funkcji holomorficzej. Definicja przedłużenia analitycznego. Definicja i wzór na residuum w biegunie n -tego rzędu. Definicja i wzór na residuum w nieskończoności. Lemat Jordana (z dowodem). Wyprowadzenie zastosowań całek konturowych (po okręgu, po półkolu, po dziurce od klucza i po kości) do liczenia całek funkcji rzeczywistych. Definicja i własności funkcji Gamma i Beta Eulera.

Analiza Fourierowska i elementy teorii dystrybucji

Definicja szeregu Fouriera (na funkcje wykładnicze lub trygonometryczne). Definicja transformaty Fouriera. Wzory Parsevala i Planchereta dla szeregu i transformaty Fouriera (z wyprowadzeniami). Własności transformaty Fouriera. Definicja dystrybucji. Definicja delty Diraca. Definicja pochodnej dystrybucji. Definicja granicy w zbiorze dystrybucji. Wzór na $\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} (x \pm i\epsilon)^{-1}$ z wyprowadzeniem.

Elementy teorii przestrzeni Hilberta

Definicja iloczynu skalarnego w przestrzeni wektorowej nad \mathbb{C} . Definicja przestrzeni Hilberta. Wzór Parsevala w przestrzeni Hilberta (z wyprowadzeniem). Definicja przestrzeni L^2 . Definicja sprzężenia hermitowskiego operatora linio-

wego na przestrzeni Hilberta. Definicja i własności operatora hermitowskiego. Definicja operatora Liouville'a i dowód jego hermitowskości względem odpowiedniego iloczynu skalarnego.