

Lista pytań na egzamin ustny z Teorii grup w fizyce, 2025

1. Definicja grupy i podgrupy (przykłady). Grupa cykliczna. Rząd elementu.
2. Warstwy prawo- i lewostronne. Twierdzenie Lagrange'a. Podgrupa normalna (dzielnik normalny). Grupa ilorazowa. Centrum grupy.
3. Homomorfizm. Obraz i jądro homomorfizmu jako odpowiednie podgrupy. Jądro homomorfizmu jako dzielnik normalny. Automorfizm wewnętrzny. Twierdzenie Cayley'a.
4. Iloczyn prosty grup. Przykład.
5. Iloczyn półprosty grup. Przykład.
6. Działanie grupy na zbiorze. Orbita punktu. Podgrupa izotropii. Przestrzeń jednorodna i działanie tranzytywne (przechodnie).
7. Wzór Cauchy'ego-Frobeniusa. Skończone podgrupy grupy obrotów.
8. Reprezentacja grupy. Reprezentacja przywiedlna, rozkładalna.
9. Odwzorowanie splatające. Reprezentacje równoważne.
10. Rozkładalność reprezentacji grupy skończonej. Uśrednianie po grupie.
11. Lematy Schura. Nieprzywiedlne zespolone reprezentacje grupy przemiennej.
12. Charakter reprezentacji. Własności charakterów.
13. Reprezentacja regularna. Twierdzenie o reprezentacjach grup skończonych.
14. Tablica charakterów. Zagadnienie Clebscha-Gordana.
15. Grupa Liego. Grupy klasyczne.
16. Grupy $SU(2)$ i $SO(3)$ (własności). Homomorfizm $SU(2) \rightarrow SO(3)$.
17. Jednoparametrowa grupa przekształceń. Lewoniezmiennicze pola wektorowe na grupie.
18. Algebra Liego. Stałe struktury. 2-wymiarowe algebry Liego. Reprezentacja algebry Liego.
19. Rozwiązalne i nilpotentne algebry Liego.
20. Reprezentacja dołączona algebry Liego.
21. Forma niezmiennicza na algebrze Liego.
22. Proste i półproste algebry Liego, forma Killinga.
23. Algebra Liego grupy Liego.
24. Reprezentacja dołączona grupy Liego na algebrze Liego.
25. Forma Maurera-Cartana.
26. Nieprzywiedlne reprezentacje grupy $SU(2)$.
27. Reprezentacje algebr $su(2)$ i $sl(2, \mathbb{C})$.
28. Operator Casimira.
29. Definicja i własności grupy Lorentza.
30. Homomorfizm $SL(2, \mathbb{C}) \rightarrow SO_o(1, 3)$.
31. Grupa Poincarégo.