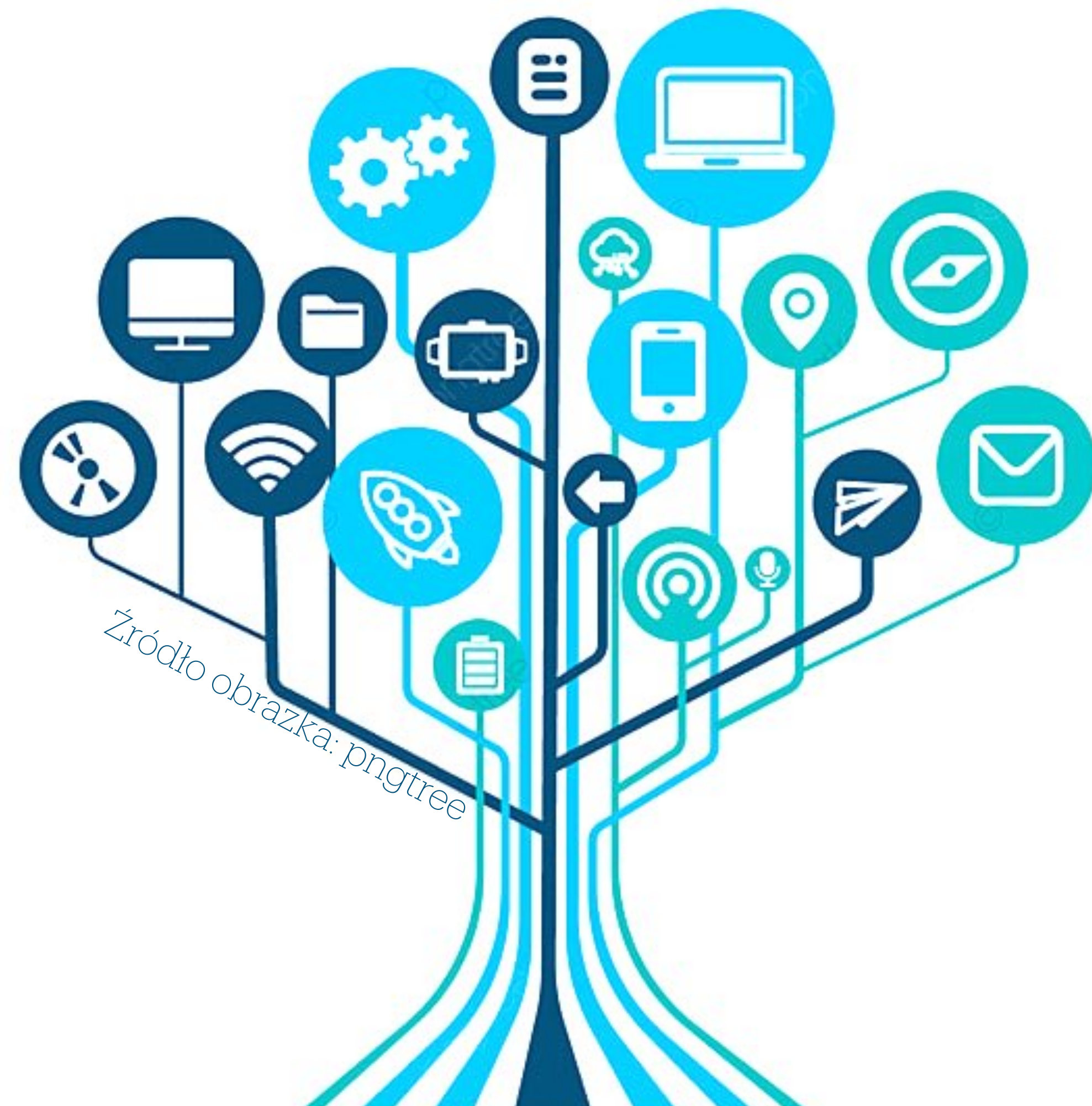


Technologie informacyjne i komunikacyjne

Wykład 5, dn. 23.03.2026



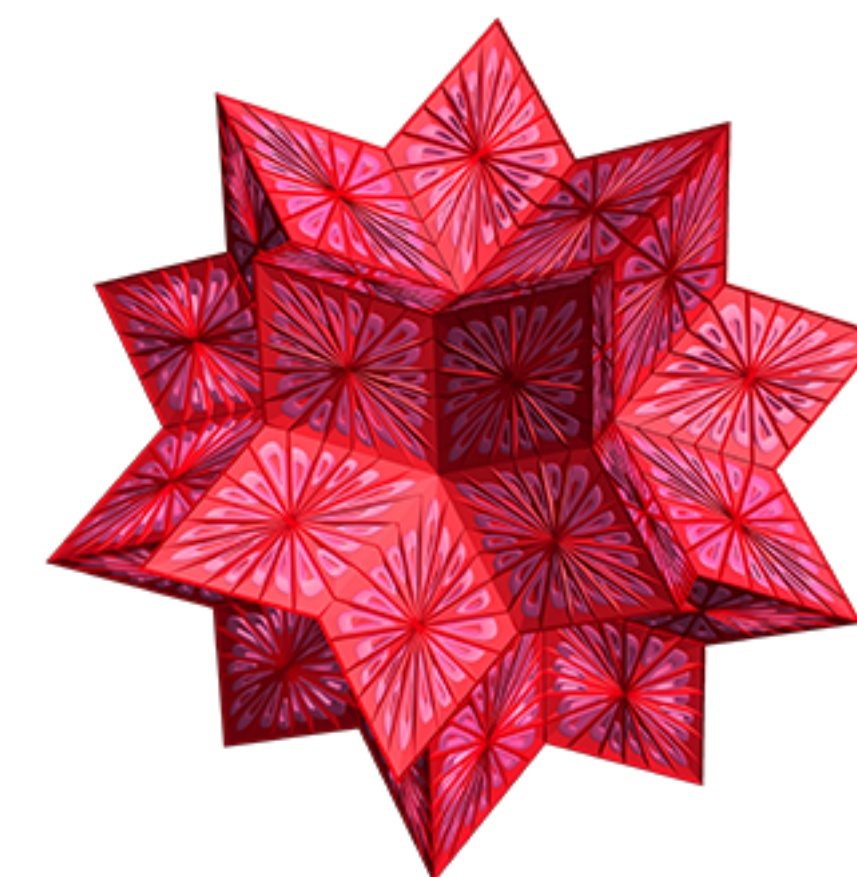
Zródło obrazka: pngtree

Wolfram Mathematica

Jest to zaawansowany program do **obliczeń matematycznych, analizy danych i wizualizacji wyników**.

Został stworzony przez firmę **Wolfram Research** pod kierownictwem **Stephena Wolframa**.

Program wykorzystuje własny język programowania (**Wolfram Language**), który umożliwia zarówno obliczenia symboliczne, jak i numeryczne w jednym środowisku.



Twórca

Źródło: Wikipedia

Stephen Wolfram [[edytuj wstęp](#)]

🌐 **38 języków** ▼

Artykuł [Dyskusja](#)

Czytaj [Edytuj](#) [Edytuj kod źródłowy](#) [Wyświetl historię](#) [Narzędzia](#) ▼

Stephen Wolfram (ur. [29 sierpnia 1959](#) w [Londynie](#)) – brytyjski [przedsiębiorca](#) i [naukowiec](#); założyciel firmy [Wolfram Research](#), [fizyk cząstek elementarnych](#), [matematyk](#) i [informatyk](#) specjalizujący się w [automatach komórkowych](#) i [algebrze komputerowej](#). Twórca programu komputerowego [Mathematica](#)^{[[potrzebny przypis](#)]}.

Życiorys [[edytuj](#) | [edytuj kod](#)]

Ojciec Wolframa był powieściopisarzem, matka profesorem filozofii. Wolfram opublikował pierwszy artykuł o fizyce cząstek w wieku 15 lat, natomiast w wieku 17 lat został studentem [uniwersytetu w Oxfordzie](#) (St John's College). W wieku 20 lat uzyskał stopień doktorski z dziedziny fizyki cząstek na kalifornijskiej politechnice [Caltech](#), gdzie podjął pracę. Rok później uzyskał *MacArthur „Genius” award*.

Stephen Wolfram



Stephen Wolfram w lipcu 2008

Twórca

Źródło: Wikipedia

Stephen Wolfram [[edytuj wstęp](#)]

🌐 **38 języków** ▼

[Artykuł](#) [Dyskusja](#)

[Czytaj](#) [Edytuj](#) [Edytuj kod źródłowy](#) [Wyświetl historię](#) [Narzędzia](#) ▼

Stephen Wolfram (ur. **29 sierpnia 1959** w **Londynie**) – brytyjski **przedsiębiorca** i **naukowiec**; założyciel firmy **Wolfram Research**, **fizyk cząstek elementarnych**, **matematyk** i **informatyk** specjalizujący się w **automatach komórkowych** i **algebrze komputerowej**. Twórca programu komputerowego **Mathematica**^{[[potrzebny przypis](#)]}.

Życiorys [[edytuj](#) | [edytuj kod](#)]

Ojciec Wolframa był powieściopisarzem, matka profesorem filozofii. Wolfram opublikował pierwszy artykuł o fizyce cząstek w wieku 15 lat, natomiast w wieku 17 lat został studentem **uniwersytetu w Oxfordzie** (St John's College). W wieku 20 lat uzyskał stopień doktorski z dziedziny fizyki cząstek na kalifornijskiej politechnice **Caltech**, gdzie podjął pracę. Rok później uzyskał *MacArthur „Genius” award*.

Stephen Wolfram



Stephen Wolfram w lipcu 2008

Twórca

Źródło: Wikipedia

Stephen Wolfram [[edytuj wstęp](#)]

🌐 **38 języków** ▼

Artykuł [Dyskusja](#)

Czytaj [Edytuj](#) [Edytuj kod źródłowy](#) [Wyświetl historię](#) [Narzędzia](#) ▼

1987 założenie firmy Wolfram Research

1988 Mathematica

2009 Wolfram Alpha

Stephen Wolfram



Stephen Wolfram w lipcu 2008

Materialy do samodzielnej nauki

Kursy online:

Hands-on Start to Mathematica:

<https://www.wolfram.com/wolfram-u/courses/wolfram-language/hands-on-start-to-mathematica-wl005/>

Fast introduction for math students:

<https://www.wolfram.com/language/fast-introduction-for-math-students/en/>

Introduction for Programmers:

<https://www.wolfram.com/language/fast-introduction-for-programmers/en>

Licencja



[Wydział Fizyki UW](#) > [Wydział](#) > [Ośrodek Komputerowy](#) > Oprogramowanie - licencje

Mathematica

Od 17.12.2021 dotychczasowa licencja dla Wydziału Fizyki zostaje przekształcona w licencję dla Uniwersytetu Warszawskiego. Oznacza to w szczególności, że z oprogramowania mogą korzystać pracownicy i studenci UW w okresie zatrudnienia lub odbywania studiów na swoich urządzeniach służbowych lub domowych. Licencja jest podzielona na część dla pracowników i dla studentów (w tym doktorantów). Należy korzystać z właściwej licencji z przyczyn formalnych oraz ze względu na różnice w obsłudze licencji.

Umowa licencyjna została zawarta na okres 3 lat (do stycznia 2028 roku), jednak licencja jest przedłużana w cyklu rocznym. Obsługę formalną licencji prowadzi Wydział Fizyki.

Nowa licencja obejmuje również dostęp do Mathemayica Online. Informacje dotyczące tej opcji będą podane w terminie późniejszym. Formularz rejestracyjny dostępny jest [tutaj](#). Dalsza część opisu dotyczy instalacji typu Home use.

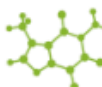
As from 17/12/2021 the existing license for the Faculty of Physics will be converted into a license for the University of Warsaw. This means, in particular, that the software can be used by employees and students of the University of Warsaw during their employment or studies on their work or home devices. The license is divided into staff and student (including PhD students) parts. You should use the appropriate license for formal reasons and due to differences in license handling.

The license agreement was concluded for a period of 3 years (until January 2028), however the license is renewed annually. The formal service of the license is provided by the Faculty of Physics.

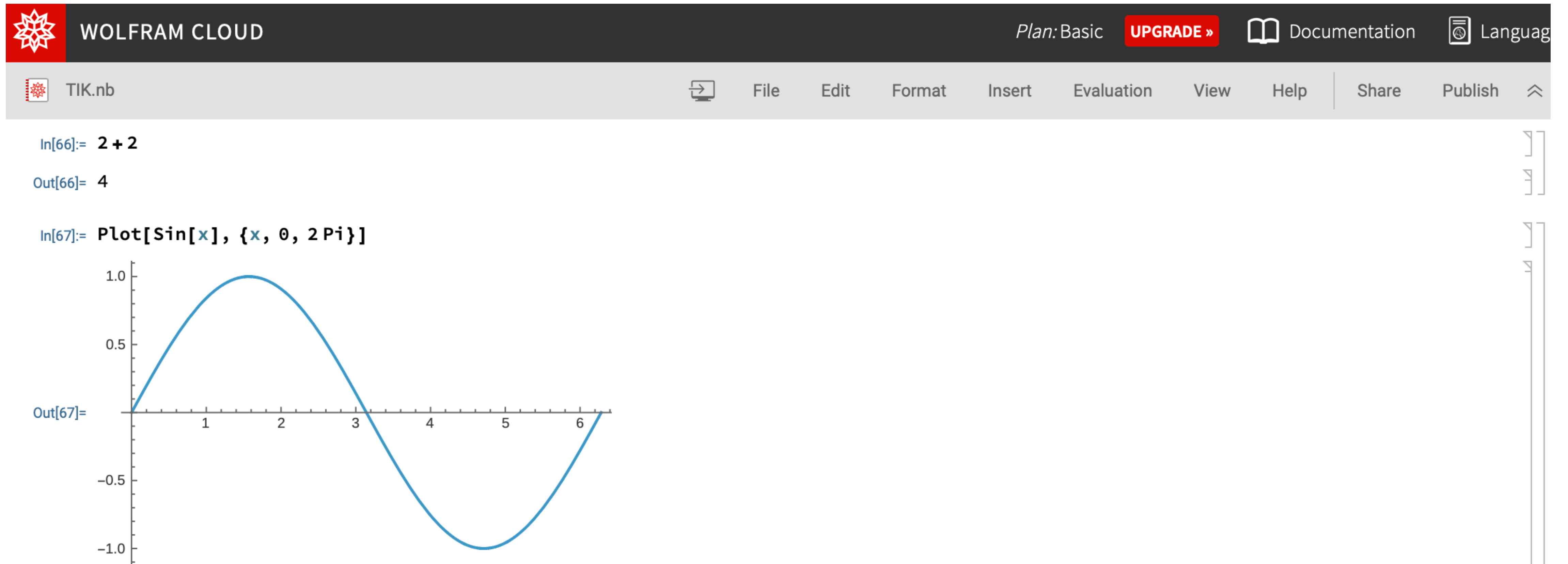
The new license also includes access to Mathemayic Online. Information on this option will be provided at a later date. Registration form is available [here](#). The rest of the description applies to Home use type installations.

<https://www.fuw.edu.pl/oprogramowanie-licencje.html>

Wolfram Mathematica

Symbolic Language	$f[x]$	Numerics		Mathematical Computation	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a_1)_k}{(b_1)_k}$
Algebraic Manipulation	x^2+y	Number Theory		Function Visualization	
Data Manipulation & Analysis		Machine Learning & LLMs		Data Visualization & Graphics	
Strings & Text	$W^c_{hg^p d_{am}}$	Graphs & Networks		Images	
Geometry		Sound & Video		Knowledge Representation & Natural Language	
Time-Related Computation		Geographic Data & Computation		Scientific and Medical Data & Computation	
Engineering Data & Computation		Financial Data & Computation		Social, Cultural & Linguistic Data	
Notebook Documents & Presentations		User Interface Construction		System Operation & Setup	
External Interfaces & Connections		Cloud & Deployment			

Notebook w Mathematica



Notebook w Mathematica

In[68]:= **Solve**[**x**^2 + a **x** + 1 == 0]

Out[68]= $\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{1}{2} (-5 - \sqrt{21}) \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{1}{2} (-5 + \sqrt{21}) \right\} \right\}$

In[69]:= **Mod**[{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, 3]

Out[69]= {1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0}

In[70]:= **1 / 0**

... **Power**: Infinite expression $\frac{1}{0}$ encountered.

Out[70]= ComplexInfinity

Podstawowe operacje matematyczne

- ❖ Wyrażenia w Mathematicie obliczamy, naciskając **Shift + Enter** po ich wpisaniu (*ang.* evaluate).
- ❖ Obliczanie wyrażenia można anulować kombinacją **Alt + .**
- ❖ Poprzednie wyrażenie przywołujemy kombinacją **Ctrl + L**.
- ❖ Przybliżoną wartość numeryczną uzyskujemy, dodając na końcu wyrażenia **//N** lub używając funkcji: **N[wyrażenie, precyzja]**
- ❖ Wynik poprzedniego wyrażenia przywołujemy znakiem: **%**
- ❖ Wynik wcześniejszego obliczenia o numerze X przywołujemy, używając: **%X**

Podstawowe operacje matematyczne

- ❖ Mnożenie zapisujemy jako **$x*y$** lub **$x\ y$** (ze spacją). Zapis **xy** jest interpretowany jako jedna nazwa zmiennej, a nie iloczyn.
- ❖ Dodając kropkę na końcu liczby lub wyrażenia, otrzymujemy wynik w postaci przybliżenia numerycznego.
- ❖ Funkcje trygonometryczne domyślnie przyjmują argumenty w radianach.
- ❖ Aby podać argument w stopniach, używamy zapisu: **$x\ \text{Degree}$**

Zmienne i przypisania

Przypisywanie wartości:

`a = 5`

`b = 3`

`a + b`

Mathematica zapamiętuje wartości zmiennych do czasu ich wyczyszczenia:

`Clear[a]`

`In[71]:= a = 5`

`b = 3`

`a + b`

`Out[71]= 5`

`Out[72]= 3`

`Out[73]= 8`

`In[74]:= a + b`

`Out[74]= 8`

Podstawowe funkcje matematyczne

Sqrt [16]

Sin [Pi/2]

Log [10]

Abs [-5]

Exp [1]

Log [2, 8] (* logarytm przy podstawie 2 *)

Uwaga: Argument funkcji podajemy w nawiasach kwadratowych **[]**, a nie okrągłych. Nazwy funkcji i stałych zaczynają się od wielkiej litery.

Tworzenie własnych funkcji

W Wolfram Mathematica własne funkcje tworzy się w języku Wolfram Language za pomocą operatora `:=`

- Najprostsza funkcja

```
f[x_] := x^2 + 1  
f[3]
```

```
In[6]:= f[x_] := x^2 + 1  
f[3]
```

```
Out[7]= 10
```

- Funkcja z kilkoma argumentami

```
pole[a_, b_] := a*b  
pole[3, 4]
```

```
In[8]:= pole[a_, b_] := a * b  
pole[3, 4]
```

```
Out[9]= 12
```


Obliczenia symboliczne

W Wolfram Mathematica obliczenia symboliczne to jedna z największych zalet programu – pozwalają wykonywać operacje nie tylko na liczbach, ale też na symbolach i wyrażeniach algebraicznych, zachowując pełną postać analityczną.

`Expand[(x + 2)^3]` (* rozwinięcie wielomianu *)

`Factor[x^3 + 6 x^2 + 12 x + 8]` (* faktoryzacja *)

`Simplify[(x^2 + 2 x + 1)/(x + 1)]` (* uproszczenie wyrażenia *)

`Solve[x^2 - 5 x + 6 == 0, x]` (* rozwiązanie równania kwadratowego *)

`Solve[{x + y == 5, x - y == 1}, {x, y}]` (* układ równań liniowych *)

`D[x^3 + 2 x^2, x]` (* pochodna *)

`Integrate[x^2, x]` (* całka nieoznaczona *)

`Integrate[x^2, {x, 0, 2}]` (* całka oznaczona *)

Obliczenia symboliczne

In[76]:= **Expand**[(x + 2) ^ 3]

Out[76]= $8 + 12x + 6x^2 + x^3$

In[77]:= **Factor**[x ^ 3 + 6 x ^ 2 + 12 x + 8]

Out[77]= $(2 + x)^3$

In[78]:= **Simplify**[(x ^ 2 + 2 x + 1) / (x + 1)]

Out[78]= $1 + x$

In[79]:= **Solve**[x ^ 2 - 5 x + 6 == 0, x]

Out[79]= $\{\{x \rightarrow 2\}, \{x \rightarrow 3\}\}$

In[82]:= **D**[x ^ 3 + 2 x ^ 2, x]

Out[82]= $4x + 3x^2$

In[83]:= **Integrate**[x ^ 2, x]

Out[83]= $\frac{x^3}{3}$

In[84]:= **Integrate**[x ^ 2, {x, 0, 2}]

Out[84]= $\frac{8}{3}$

Obliczenia numeryczne

W Wolfram Mathematica obliczenia numeryczne pozwalają wykonywać dokładne lub przybliżone obliczenia liczbowe na danych, wyrażeniach i funkcjach. Są szczególnie przydatne, gdy wyrażenia symboliczne są zbyt złożone lub gdy potrzebujemy konkretnej wartości liczbowej.

Dodaj `//N` na końcu wyrażenia:

```
Pi // N
```

```
Sqrt[2] // N
```

Funkcja `N[wrażenie, precyzja]` umożliwia określenie liczby cyfr znaczących:

```
N[Pi, 20]
```

```
N[Exp[1], 15]
```


Obliczenia numeryczne

```
In[86]:= Pi // N
```

```
Out[86]= 3.14159
```

```
Sqrt[2] // N
```

```
Out[85]= 1.41421
```

```
In[87]:= N[Pi, 20]
```

```
Out[87]= 3.1415926535897932385
```

```
In[89]:= N[Exp[1], 15]
```

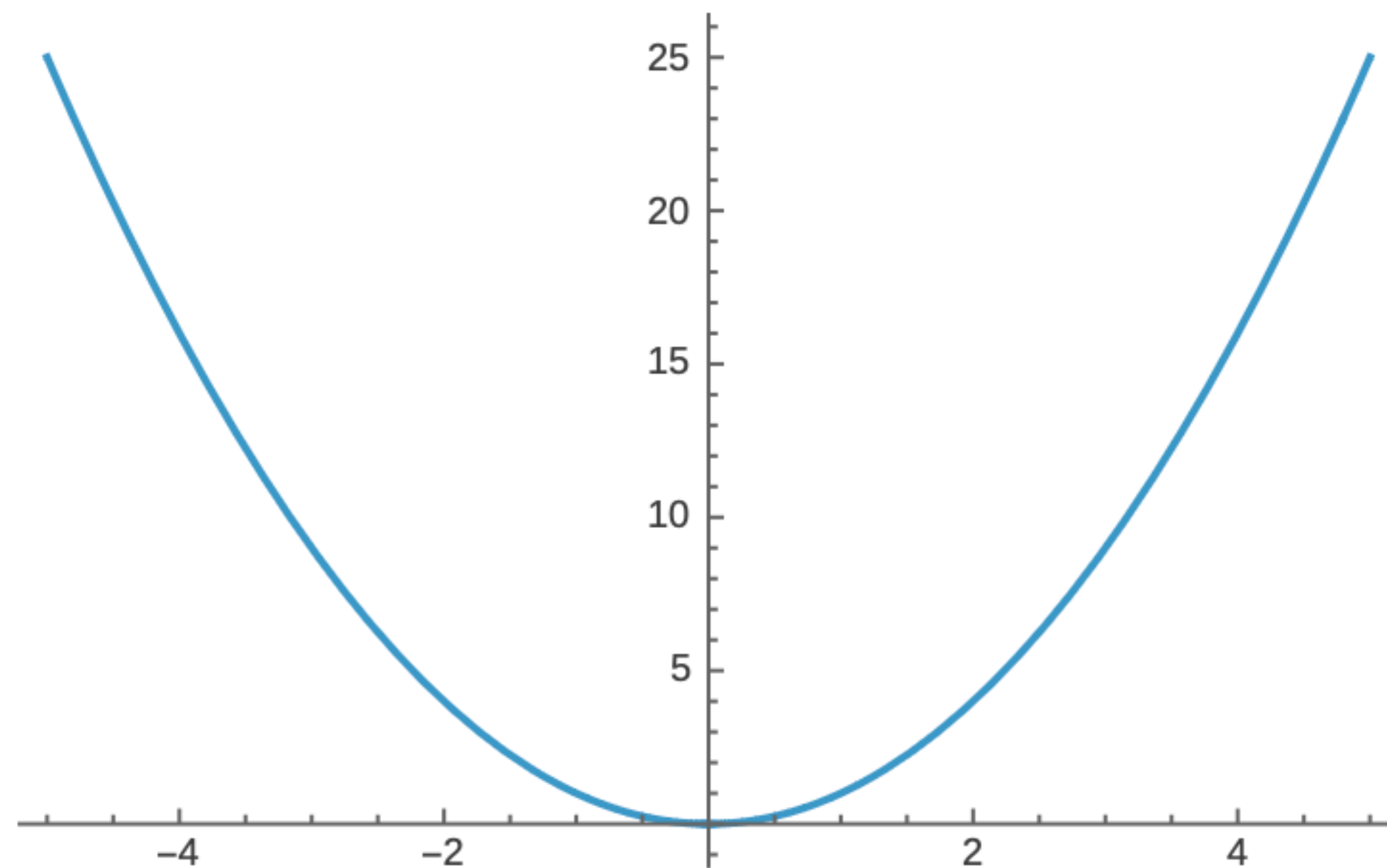
```
Out[89]= 2.71828182845905
```

Rysowanie wykresów

Wykres funkcji:

```
In[4]:= Plot[x^2, {x, -5, 5}]
```

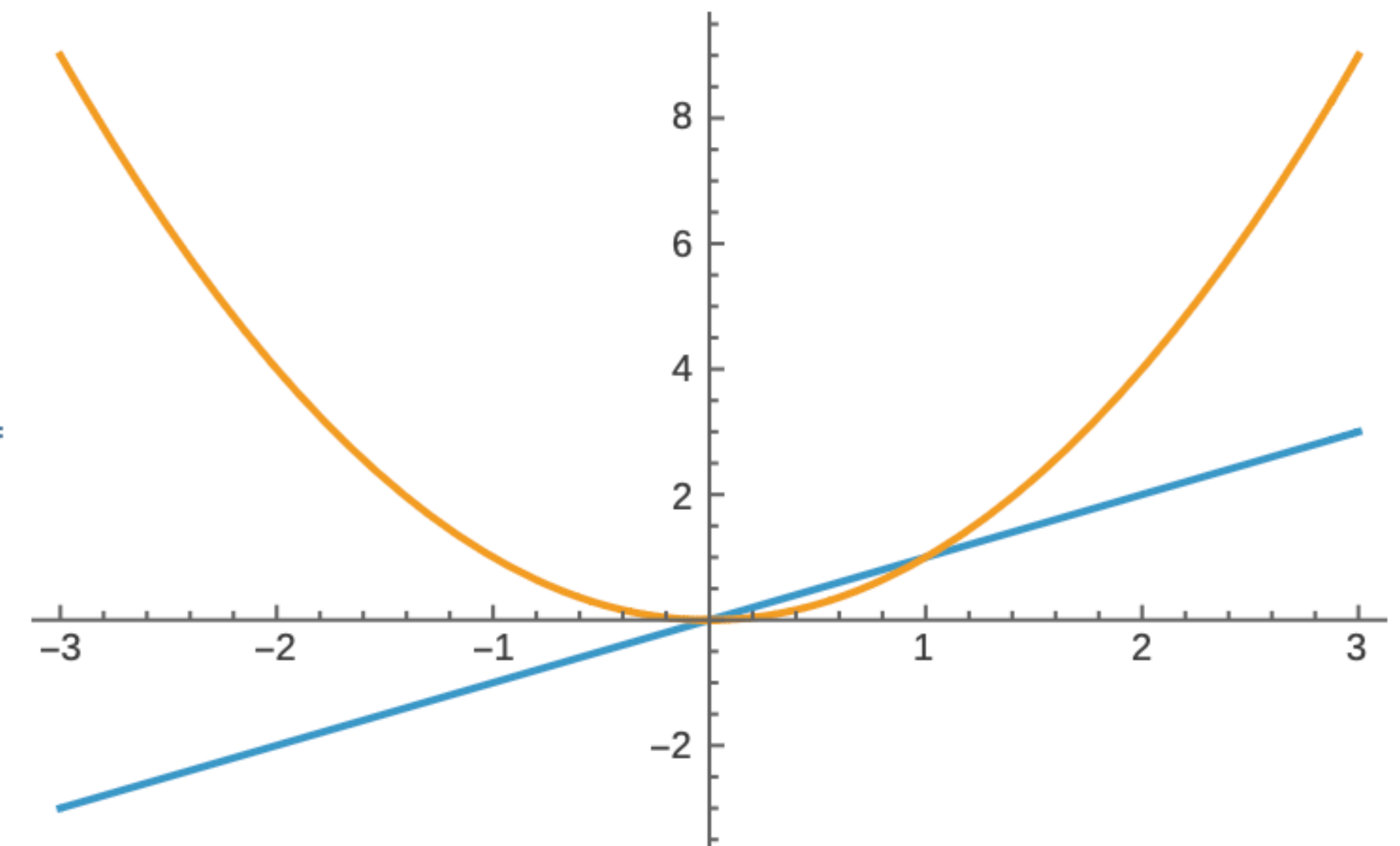
Out[4]=



Wiele funkcji naraz:

```
In[5]:= Plot[{x, x^2}, {x, -3, 3}]
```

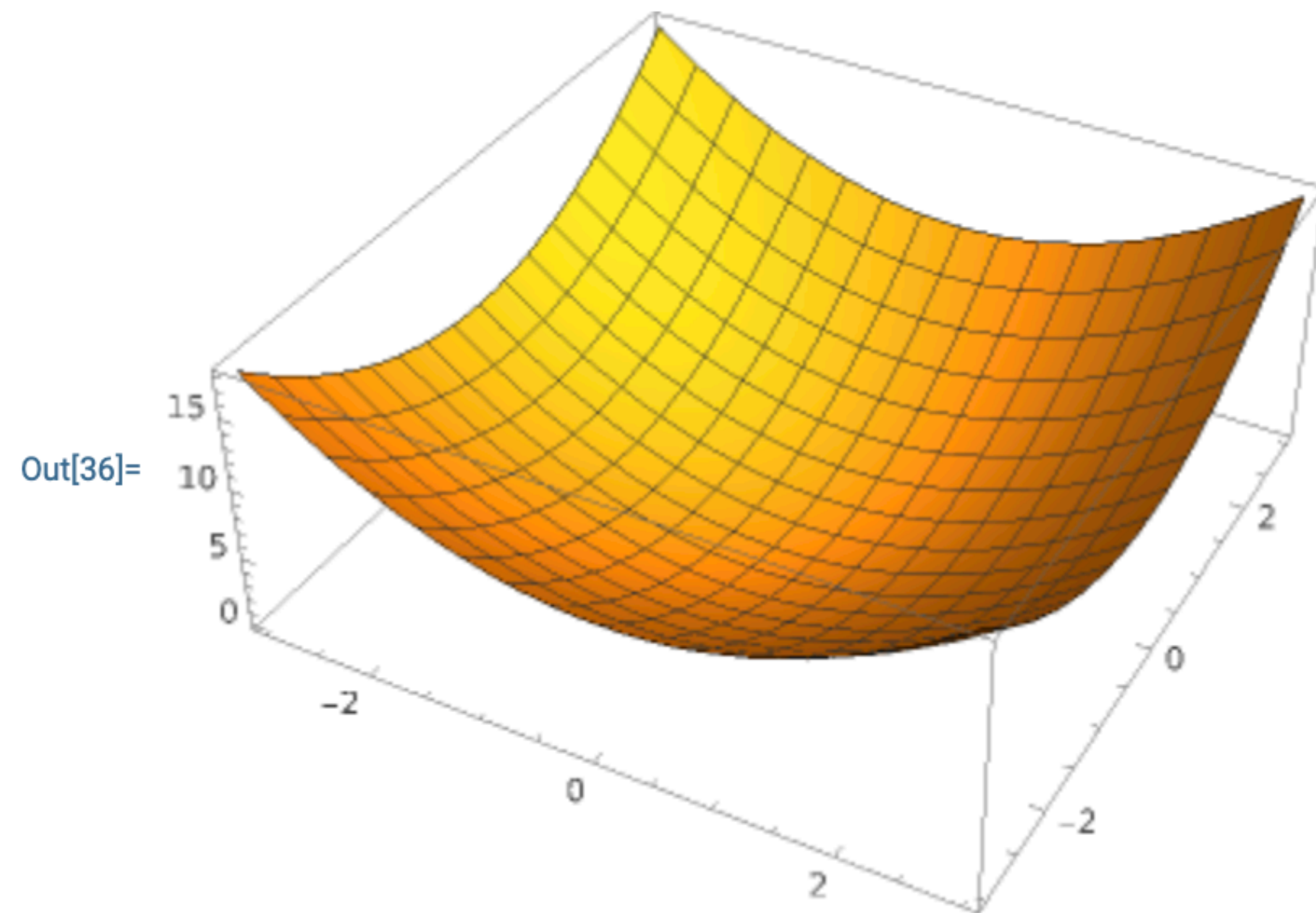
Out[5]=



Rysowanie wykresów

Wykres funkcji trójwymiarowej:

```
In[36]:= Plot3D[x^2 + y^2, {x, -3, 3}, {y, -3, 3}]
```



Dopasowanie funkcji do danych doświadczalnych

Dopasowanie modelu liniowego do przykładowych danych eksperymentalnych:

```
In[37]:= dane = {{1, 2}, {2, 4.1}, {3, 5.9}, {4, 8.2}};
```

```
In[38]:= modelLiniowy = LinearModelFit[dane, x, x]
```

```
Out[38]= FittedModel[ $-0.05 + 2.04x$ ]
```

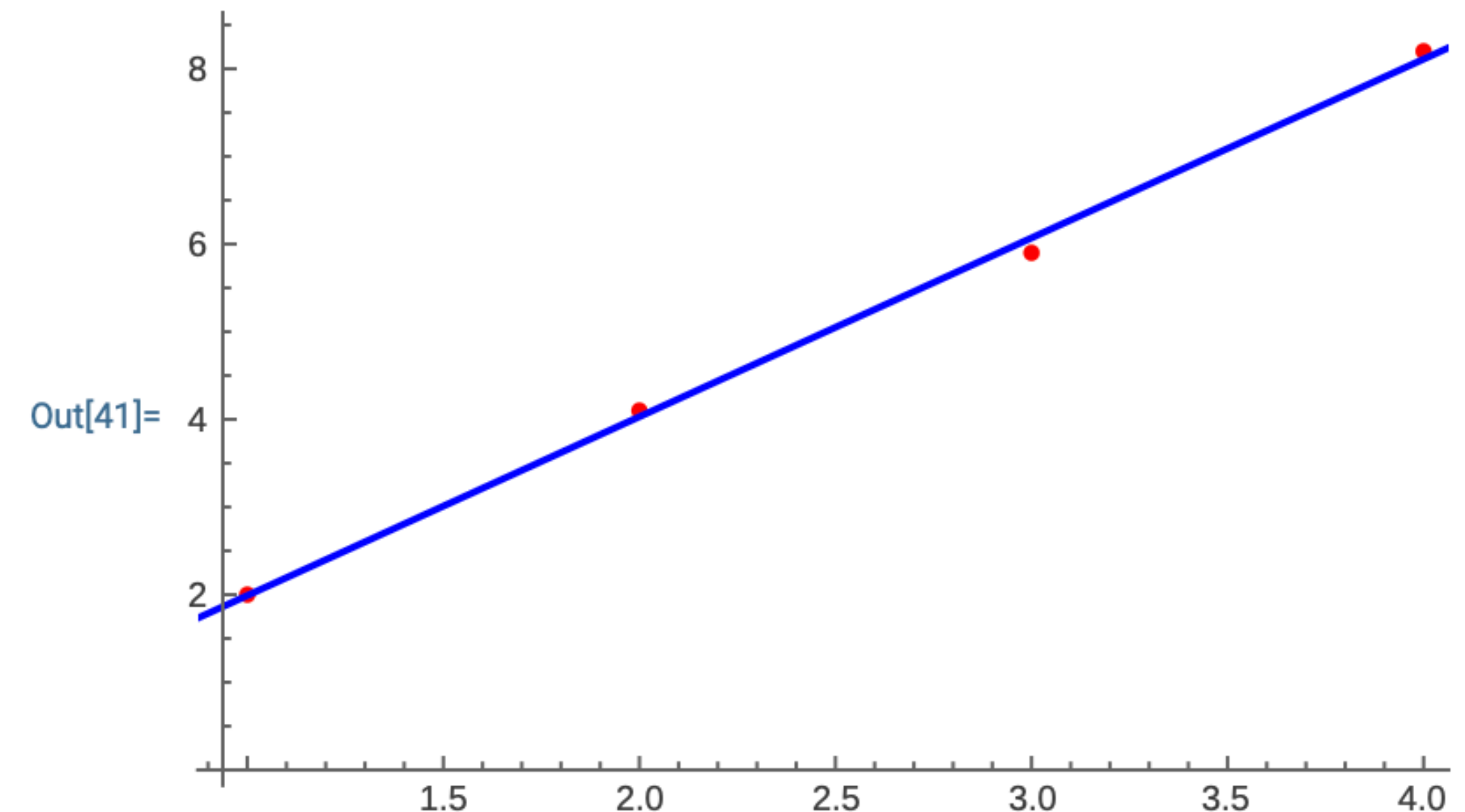
```
In[39]:= modelLiniowy["BestFitParameters"]
```

```
Out[39]= {-0.05, 2.04}
```

```
In[40]:= modelLiniowy[5]
```

```
Out[40]= 10.15
```

```
In[41]:= Show[  
  ListPlot[dane, PlotStyle → Red],  
  Plot[modelLiniowy[x], {x, 0, 5}, PlotStyle → Blue]  
]
```



Dane eksperymentalne

W Wolfram Mathematica można łatwo wczytać dane z pliku tekstowego .txt, w którym znajdują się dwie kolumny (np. x i y).

1. Załóżmy, że mamy plik dane.txt w formacie:

1 2.7

2 7.4

3 20.1

4 54.6

5 148.5

Każdy wiersz to jeden punkt (x, y) oddzielony spacją.

2. Wczytanie danych do Mathematica

```
dane = Import["C:\\sciezka\\do\\pliku\\dane.txt", "Table"]
```

Dziękuję za uwagę!



Zródło obrazka: pngtree