

Superfluidity, Superconductivity and Bose-Einstein Condensation

semestr letni 2017-18

Krzysztof Byczuk

Instytut Fizyki Teoretycznej, Wydział Fizyki, UW
byczuk@fuw.edu.pl
www.fuw.edu.pl/byczuk
21-05-2018

Warunki zaliczenia

1. Obecność i aktywność na wykładzie
2. Wykonanie projektów (zadań domowych) w czasie semestru
3. Każdy brak w obecnościach i zadaniach domowych obniża ocenę o 0.5 w skali USOS tzn. 5+, 5, 4+, 4, 3+, 3, 2.
4. Ocenę można podnieść poprzez zdanie dobrowolnego egzaminu ustnego.

1 Tydzień I, 25/02-04/03/2018

1.1 Wykład

I. Kondensacja Bosego-Einsteina zmiennych atomów

1. *Wstęp* - nadprzewodnictwo, nadpłynność, nadpłynnokrystaliczność, spójność lasera, kondensacja Bosego-Einsteina (BEC), spójność kwantowa bardzo wielu cząstek w skali makroskopowej.
2. *Historia* - historia nadprzewodnictwa i nadpłynności w skrócie.
3. *Przegląd zasad mechaniki statystycznej* - duży zespół kanoniczny, suma statystyczna, średnia po zespole statystycznym, duży potencjał termodynamiczny, związki termodynamiczne.
4. *Doskonałe gazy bozonów i fermionów* - reprezentacja liczb obsadzeń i nierozróżnialność identycznych cząstek kwantowych, suma statystyczna dla bozonów i fermionów, średnie obsadzenie stanu, funkcje bosego-einsteina i fermiego diraca.
5. *Kondensacja BEC* - gęstość stanów, aktywność, gęstość cząstek, funkcje polilogarytmiczne, temperatura kondensacji.

2 Tydzień II, 05-11/03/2018

2.1 Wykład

6. *Kondensacja BEC - znaczenie fizyczne* - makroskopowe obsadzenie najniższego stanu energetycznego, prawo $n_0(T)/n = 1 - (T/T_c)^{3/2}$, energia wewnętrzna, skok ciepła właściwego w T_c , kondensacja w skończonym układzie, trzy typy uogólnionej kondensacji BEC.

7. *Mechanika kwantowa kondensatu* - długość fali termicznej, kryterium BEC z punktu widzenia przekrywania się fal cząstek, makroskopowa funkcja falowa kondensatu, jak zidentyfikować kondensat.

8. *BEC z zimnych atomach* - Atomy alkaliczne, efektywne bozony i fermiony, składanie spinowych momentów pędu, pułapkowanie neutralnych atomów, niejednorodne pole magnetyczne i idea pułapki magnetycznej, twierdzenie Earnshawa, pułapka Pauliego i zmienne w czasie pole dające paraboliczny potencjał dla cząstek, analogia do działania lewitronu, chłodzenie atomów, chłodzenie przez odparowanie, obserwacja kondensacji w time of flight experiment, główne idee, porównanie kondensacji BEC w przestrzeni jednorodnej i w pułapce harmoniczej.

2.2 Zadanie domowe

1.¹ Przeanalizować kondensację BEC gazu doskonałych bozonów w d-wymiarach mających relację dyspersji $\epsilon_p = c(|p|/p_0)^s$, dla $s > 0$. Wyznaczyć warunki zajścia kondensacji, temperaturę kondensacji, zależność gęstości kondensatu od temperatury, energii wewnętrznej, ciepła właściwego, entropie, równanie stanu, omówić zachowanie ciepła właściwego i ciśnienia w T_c oraz charakter przejścia.

3 Tydzień III, 12-18/03/2018

3.1 Wykład

Wykład przełożony na inny termin.

4 Tydzień IV, 19-25/03/2018

4.1 Wykład

II. Nadpłynność w helu 4

1. *Ciecze klasyczne i ciecze kwantowe* - własności cieczy klasycznych w niskich temperaturach, ciekły hel w niskich temperaturach, diagramy fazowe dla neonu i dla helu 4, anomalna faza stała helu 4, drgania zerowe i krystalizacja w układach kwantowych.
2. *Kondensacja typu BEC w helu 4* - temperatura λ , anomalia ciepła właściwego w helu 4, przejście fazowe przypominające kondensację BE, koncepcja makroskopowej funkcji falowej i globalnej fazy dla helu 4.
3. *Własności nadpłynne helu 4* - prędkość nadpłynnego kondensatu, ruch kapilarny, porównanie z przepływem Poiseuille'a, doświadczalne cechy nadpłynności: przepływ kapilarny, efekt termomechaniczny, efekt fontannowy, efekt mechanotermiczny, pełzanie, nieskończona przewodność cieplna

¹Przemysłane i własne rozwiązanie można oddać najpóźniej 10 kwietnia 2018 (wykład) lub wcześniej na wykładach czy wrzucając rozwiązanie do mojej skrzynki pocztowej (w IFT koło Einsteina na V pietrze) lub wysyłając plik pdf pocztą elektroniczną.

5 Tydzień V, 26/03-1/04/2018

5.1 Wykład

4. *Hydrodynamika modelu dwupłynowego* - doświadczenie Andronikashvilięgo, założenia modelu dwupłynowego, jakościowe wyjaśnienie przepływu kapilarnego i efektu termomechanicznego, przewidywania modelu dwupłynowego: pierwszy i drugi dźwięk. Prezentacja fragmentów filmu dokumentalnego o nadpłynności helu 4 - www.alfredleitner.com.

5. *Kwantyzacja strumienia, wiry* - prędkość kondensatu, bezwirowy przepływ, ruch w ośrodku niejednorodnym, kwantowanie wirowości, przepływy trwałe, rozwiązanie dla pojedynczego wiru, sieć wirów.

6. *Kryterium Landaua na istnienie nadpłynności* - omówienie rozumowania Landaua prowadzące do podania warunku na stabilny ruch nadpłynny, predkość krytyczna przepływu, zależność od relacji dyspersji wzbudzeń elementarnych.

5.2 Zadanie domowe

1.² Proszę przygotować wniosek o grant w celu sfinansowania pokazu nadpłynności w helu 4. Rodzaj pokazu i ich liczba jest dowolna. Wniosek powinien zawierać następujące części: 1. Streszczenie, 2. Opis pokazu(ów) i wyjaśnienie ich znaczenia i do kogo są adresowane oraz gdzie będą wykonywane i przez kogo, 3. Opis przygotowania i wykonania pokazu ze spisem potrzebnych materiałów, odczynników i aparatury, miejsce realizacji, 4. Kosztorys na zakup potrzebnych materiałów, sprzętu, i innych rzeczy, oraz ewentualne wynagrodzenia dla osób zatrudnionych w projekcie (prosze pamiętać o kosztach pośrednich, na UW 30% poza aparaturą i środkami trwałymi), 5. Harmonogram realizacji zadań (spis zadań i czas ich realizacji), 6. Opis na czym ma polegać zrealizowanie projektu (pokaz, nagranie DVD, budowa aparatury trwałej do pracowni, etc.). Całość projektu nie może przekroczyć 5 stron A4 czcionką pt. 11. Należy uwzględnić jaką aparatura jest dostępna w miejscu realizacji projektu i jakie są możliwości jej wykorzystania. Kosztorys musi uwzględniać realistyczne kwoty i ceny rynkowe w PLN. Należy też wiedzieć jakie rzeczy kupuje się w ramach przetargu, a jakie z wolnej ręki.

6 Tydzień VI, 9-15/04/2018

6.1 Wykład

Nadprzewodnictwo

1. *Przewodnictwo metali* - model Sommerfelda elektronów w metalach, funkcje Blocha, zasada Pauliego, transport ładunku w metalach według teorii Drudego.

2. *Nadprzewodzące materiały* - przegląd historyczny

²Przemyślane i własne rozwiązanie można oddać najpóźniej 8 maja 2018 (wykład) lub wcześniej na wykładach czy wrzucając rozwiązanie do mojej skrzynki pocztowej (w IFT koło Einsteina na V pietrze) lub wysyłając plik pdf pocztą elektroniczną.

materiałów, które nadprzewodzą.

3. *Zerowa oporność, prądy trwałe* - definicja idealnego przewodnika i konsekwencje, uwięzienie strumienia magnetycznego, wzbudzenie prądu trwałego.

4. *Efekt Meissnera-Ochsenfelda* - efekt Meissnera, znikanie indukcji magnetycznej w nadprzewodniku, ścisła definicja nadprzewodnictwa - idealny przewodnik i idealny diamagnetyk.

5. *Doskonały diamagnetyk* - podatność diamagnetyczna nadprzewodnika idealnego.

6. *Nadprzewodnictwo I i II rodzaju* - podział nadprzewodników na I i II rodzaju, faza wirów.

7. *Równanie Londonów i elektrodynamika nadprzewodników* - model dwu-elektronowy Londonów, model Drudego dla prądów AC, granica idealnego przewodnictwa, wyprowadzenie równania Londonów dla elektrodynamiki nadprzewodników, cechowanie Londonów, przykład nadprzewodzącej półprzestrzeni w obecności stałego pola magnetycznego, długość wnikania pola magnetycznego.

8. *Wir Londonów* - rozwiązanie równania Londonów dla pojedynczego wiru.

7 Tydzień VII, 16-22/04/2018

7.1 Wykład

Pokaz nadprzewodnictwa w pracowni pokazów fizycznych w FUW.

Teoria Ginzburga-Landaua

1. *Energia kondensacji* - pierwsza zasada termodynamiki w układach magnetycznych, energia kondensacji w nadprzewodniku I i II rodzaju, pole krytyczne i termodynamiczne pole krytyczne.

2. *Teoria Ginzburga-Landaua dla nieskończonego nadprzewodnika* - koncepcja parametru porządku i teoria Landaua przejść fazowych, parametr porządku Ginzburga dla nadprzewodników, rozwinięcie gęstości energii swobodnej nadprzewodnika blisko punktu przejścia fazowego, łamanie globalnej symetrii $U(1)$, średniopolewy wykładnik krytyczny $\beta = 1/2$ dla parametru porządku i $\nu = 1$ dla pola krytycznego, skok pochodnej ciepła właściwego w teorii średniego pola.

3. *Równania Ginzburga-Landaua dla niejednorodnego nadprzewodnika* - Funkcjonał Ginzburga-Landaua, parametr porządku jako zespolone pole skalarnie, warunek stacjonarności funkcjonału gęstości energii swobodnej i równania GL.

4. *Powierzchnia nadprzewodnika* - Rozwiązanie równania GL dla nadprzewodzącej półprzestrzeni, długość koherencji i jej interpretacja, energia powierzchniowa.

8 Tydzień VIII, 23-29/04/2018

8.1 Wykład

5. *Równania Ginzburga-Landaua w polu magnetycznym* - funkcjonal GL i równania GL w obecności pola magnetycznego, równanie na prąd nadprzewodzący.

6. *Symetria cechowania i łamanie symetrii cechowania w nadprzewodniku* - Niezmienność równań GL ze względu na cechowanie w elektrodynamice, parametr sztywności nadprzewodzącej, daleko zasięgowy porządek fazowy, nowe wyprowadzenie równań Londonów, parametru κ i nadprzewodniki I i II rodzaju.

7. *Fluktuacje termiczne w teorii Ginzburga-Landaua* - przypadek fluktuacji bez pola magnetycznego powyżej T_c , osobliwość w cieple właściwym, dwa zdegenerowane mody własne z przerwą energetyczną; przypadek fluktuacji bez pola magnetycznego poniżej T_c , separacja modów amplitudowych (z przerwą) od fazowych (bez przerwy), fluktuacje fazy jako mezmasy (bezszczelinowy) mod Goldstone'a, fluktuacje amplitudy jakomasywny (ze szczeliną) mod Higgsa.

9 Tydzień IX, 30/04-06/05/2018

9.1 Wykład

zajęcia odwołane z powodu weekendu majowego

10 Tydzień X, 07-13/05/2018

10.1 Wykład

8. *Fluktuacje w teorii GL w obecności pola magnetycznego, mechanizm Higgsa* - fluktuacje z polem powyżej T_c , separacja fluktuacji parametru porządku i poprzecznego pola magnetycznego, fluktuacje poniżej T_c , sprzężenie fluktuacji fazy z fluktuacjami pola magnetycznego, transformacja cechowania eliminująca mod fazowy, masywny mod amplitudowy, masywne pole magnetyczne ze składowymi poprzecznymi i podłużną, interpretacja długości wnikania pola magnetycznego do nadprzewodnika z punktu widzenia masywnych fotonów.

9. Zerowa oporność - zerowy opór jako konsekwencja makroskopowej funkcji falowej dla układu nadprzewodzącego, zerowa dysypacja energii w idealnym nadprzewodniku, równanie Procca dla masywnych fotonów i ściśle spełnienie cechowania Londonów.

V. Makroskopowy stan koherentny

1. *Stany koherentne dla oscylatora harmonicznego* - przypomnienie techniki algebraicznej dla kwantowego oscylatora harmonicznego, operatory kreacji i anihilacji, stany o określonej liczbie wzbudzeń (cząstek), stany koherentne o określonej fazie i ich własności.

10.2 Zadanie domowe

W 1957 Abrikosov pokazał, że w nadprzewodniku II rodzaju może tworzyć się trójkątna sieć wirów pola magnetycznego. Wynik został nagrodzony Noblem w 2003 roku. Zbudować periodyczne rozwiązanie próbne wirów o symetrii sieci kwadratowej i symetrii sieci trójkątnej i pokazać w ramach metody wariacyjnej, że to drugie rozwiązanie jest stabilniejsze. Na wykładzie zostaną rozdane materiały służące do pomocy w samodzielnym przeliczeniu tego problemu. Na tej podstawie proszę przedstawić pełne i ze szczegółami i dyskusją rozwiązanie sieci Abrikosova. Proszę o rozwiązania w układzie SI.³

11 Tydzień XI, 14-20/05/2018

11.1 Wykład

2. *Stany koherentne w laserze* - ogólny stan koherentny dla modów światła w laserze.

3. *Kwantowe pola bozonowe* - wielociałowa funkcja falowa, przypomnienie drugiej kwantyzacji, operatory pola, reguły komutacyjne, reprezentacja operatora energii (Hamiltonianu) przez operatory pola i operatory kreacji i anihilacji.

4. *Pozadiagonalny porządek dalekiego zasięgu* - opis kondensacji BEC idealnych bozonów przez jednoczątkową zredukowaną macierz gęstości, uogólnienie tego opisu na oddziałujące bozony, definicja pozadiagonalnego uporządkowania dalekiego zasięgu, rodzaje uogólnionej kondensacji.

5. *Słabo oddziałujący gaz bozonów* - opis kondensatu w ramach równania Grossa-Pitaevskiego, zasada wariacyjna ze próbnym stanem koherentnym i opis kondensatu w stanie podstawowym, rozwiązania dla układu bez oddziaływania i układu jednorodnego z lokalnym oddziaływaniem,

Literatura

- J. F. Annett, *Superconductivity, superfluidity and condensates*.
- A. Szewczyk, A. Wiśniewski, R. Puźniak, H. Szymczak, *Magnetyzm i nadprzewodnictwo*.
- M. Cyrot, D. Pavuna, *wstęp do nadprzewodnictwa*.
- F. London, *Superfluids* vol. 1 and 2.
- T. Guénault, *Basic superfluids*.
- J.B. Ketterson, S.N. Song, *Superconductivity*.

³Termin rozwiązania mija na wykładzie 5 czerwca 2018.