

Elektrodynamika IN

semestr zimowy 2019-20

Krzysztof Byczuk

Institut Fizyki Teoretycznej, Wydział Fizyki, UW

byczuk@fuw.edu.pl

www.fuw.edu.pl/ byczuk

28-01-2020

Ćwiczenia:

prof. dr hab. Jerzy Kamiński

dr hab. Katarzyna Krajewska

Pokazy:

mgr Magdalena Grzeszczyk

mgr Jakub Kierdaszuk

Warunki zaliczenia

• Zaliczenie normalne

1. Dwie kartkówki z zadań domowych (w tygodniach 4-10 listopada 2019, 13-19 stycznia 2020), 15p. każda - razem 30p.
2. Obecność (lista obecności) i aktywność na ćwiczeniach - 5p.
3. Obecność (lista obecności) na wykładzie - 5p.
4. Kolokwium (18 listopada 2019, g. 9-13, sala B2.38Biof) - 30p.
5. Kolokwium (16 grudnia 2019, 9-13, sala B2.38Biof) - 30p.
6. Egzamin pisemny (3 lutego 2019, 9-13, 1.01) - 30p.
7. Egzamin ustny (sala 5.12), możliwość poprawy oceny w pierwszym terminie

• Zaliczenie poprawkowe

1. Egzamin pisemny poprawkowy (17 lutego 2019, 9-13, 1.02)
2. Egzamin ustny poprawkowy (sala 5.12), możliwość poprawy oceny w drugim terminie

Wypadkowa ocena na podstawie zebranej liczby punktów w każdym ze sposobów zaliczania po unormowaniu do 100 :

5+ za 99-100p.,
5 za 90-98p.,
4+ za 81-89p.,
4 za 72-80p.,
3+ za 62-71p.,
3 za 50-61p.,
2 za 0-49p.

Uwaga: punkty z zaliczenia normalnego i poprawkowego nie sumują się.

1 Tydzień I, 30/09-06/10/2019

1.1 Wykład

Dzień rektorski, nie ma zajęć.

1.2 Pokazy

1.3 Zadania na ćwiczenia

1. *Wektory, składowe wektora, baza (wersory) kartezjańska, sferyczna i walcowa, iloczyny: skalarny, wektorowy, mieszany* - przypomnienie podstawowych wiadomości o rzeczywistych wektorach w przestrzeni trójwymiarowej, różne układy ortogonalne (kartezjański, sferyczny i walcowy), zamiana składowych pomiędzy różnymi układami ortogonalnymi (na przykładach), geometryczna interpretacja różnych iloczynów pomiędzy wektorami, orientacja układu współrzędnych i reguła prawej dłoni. Elementarne przykłady liczbowe.

2. Pokazać, że $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$.

3. *Gradient, dywergencja, rotacja, laplasjan* - przypomnienie definicji podstawowych operacji różniczkowania funkcji skalarnych i funkcji wektorowej (pól skalarnych i wektorowych). Pokazać różne oznaczenia. (Znaczenie tych operacji będziemy omawiać później na wykładzie i ćwiczeniach w ramach przykładów fizycznych). Elementarne przykłady na prostych polach skalarnych i wektorowych.

4. Pokazać, że

• $\vec{\nabla}(fg) = g\vec{\nabla}f + f\vec{\nabla}g$,

• $\vec{\nabla}f(g) = \frac{df(g)}{dg}\vec{\nabla}g$,

5. Pokazać, że

• $\vec{\nabla} \times (f\vec{F}) = \vec{\nabla}f \times \vec{F} + f\vec{\nabla} \times \vec{F}$,

• $\vec{\nabla} \cdot (f\vec{F}) = (\vec{\nabla}f) \cdot \vec{F} + f\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$,

• $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}U) = \vec{0}$ dla U dwukrotnie różniczkowalnej w sposób ciągły,

• $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{F}) = 0$ dla \vec{F} dwukrotnie różniczkowalnego w sposób ciągły,

• $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla}f) = \Delta f$,

• $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{F}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) - \Delta \vec{F}$.

6. Zapisać we współrzędnych walcowych i sferycznych

- gradient,
- dywergencję,
- rotację,
- laplasjan.

oraz obliczyć:

• dywergencję pola $\vec{v}(r) = (r \cos \theta)\vec{e}_r + (r \sin \theta)\vec{e}_\theta + (r \sin \theta \cos \theta)\vec{e}_z$,

• gradient i laplasjan funkcji $f(\vec{r}) = r(\cos \theta + \sin \theta \sin \phi)$.

1.4 Zadania domowe

1. Pokazać, że $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$.
2. Pokazać, że $\vec{\nabla} \left(\frac{f}{g} \right) = \frac{g \vec{\nabla} f - f \vec{\nabla} g}{g^2}$ oraz $\frac{\partial f}{\partial \vec{n}} = (\vec{\nabla} f) \cdot \vec{n}$, gdzie \vec{n} jest wersorem.
3. Pokazać, że $\vec{\nabla} (\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{G} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{F}) - \vec{F} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{G})$.
4. Pokazać, że $\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A}$.
5. Pokazać, że $\vec{\nabla} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A} - (\vec{A} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + \vec{A} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \vec{B} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A})$.
6. Obliczyć rotację pola $\vec{v}(r) = (r \cos \theta) \vec{e}_r + (r \sin \theta) \vec{e}_\theta + (r \sin \theta \cos \theta) \vec{e}_z$.
7. Obliczyć dywergencję i rotację pola $\vec{v}(\vec{r}) = \rho(2 + \sin^2 \phi) \vec{e}_\phi + \rho \sin \phi \cos \phi \vec{e}_\theta + 3z \vec{e}_z$.
8. Obliczyć gradient i laplasjan funkcji $f(\vec{r}) = \rho(\sin \phi + \cos \phi) + \rho z$.
9. (Nieobowiązkowe, tylko dla chętnych) Wyprowadzić we współrzędnych sferycznych i walcowych wzory na
 - gradient,
 - dywergencję,
 - rotację,
 - laplasjan.

2 Tydzień II, 7-13/10/2019

2.1 Wykład

I. Pole ładunków

&1. *Ładunek elektryczny* - rodzaje ładunków elektrycznych, sposoby ładowania ciał, przepływ ładunku przy ładowaniu, jednostka ładunku Coulomb [$1C = 1A \cdot 1s$] w układzie SI, ładunek elementarny jako stała fizyczna (układ SI - maj 2019) $e = 1,6021766208 \cdot 10^{-19}C$, stała Avogadra $N_A = 6,022140857 \cdot 10^{23}$, prawo Faraday'a dla elektrolizy, stała Faraday'a, zasada zachowania ładunku, gęstość ładunku $\rho(\vec{r})$ - pole skalarne, jednostka C/m^3 , gęstość powierzchniowa i gęstość liniowa, gęstość ładunku protonu oraz zjonizowanego gazu (plazmy).

&2. *Pole elektryczne* - ładunki jednoimienne się odpychają, ładunki różnoimienne się przyciągają, oddziaływanie na odległość, pojęcie pola elektrycznego $\vec{F}(\vec{r}) = q\vec{E}(\vec{r})$, natężenie pola elektrycznego $\vec{E}(\vec{r})$, jednostka natężenia pola \vec{E} [N/m], kierunek linii sił pola elektrycznego wyznaczony przez siłę działającą na ładunki dodatnie, prawo Coulomba dla ładunku punktowego $\vec{F} = k(q_1q_2/r^2)(\vec{r}/r)$, stąd natężenie pola $\vec{E} = kq/r^2(\vec{r}/r)$, stała $k = 1/4\pi\epsilon_0$, $\epsilon_0 = 8.854187817... \cdot 10^{-12} C^2/Nm^2$ przenikalność dielektryczna próżni, $k \approx 9 \cdot 10^9 Nm^2/C^2$.

2.2 Pokazy

2.3 Zadania na ćwiczenia

1. *Całki krzywoliniowe niezorientowane*: Wyznaczyć

$$\int_{\Gamma} \frac{z^2}{x^2 + y^2} dl,$$

gdzie Γ jest jednym zwojem linii śrubowej $x = r \cos t$, $y = r \sin t$, $z = rt$, i $t \in [0, 2\pi]$.

2. Obliczyć siłę, z jaką jednorodna obręcz o masie M i promieniu R przyciąga masę punktową m położoną w odległości d nad jej środkiem.
3. *Całki krzywoliniowe zorientowane*: Obliczyć całkę

$$\oint_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\vec{l},$$

gdzie

- $\vec{F} = (y^2, -x^2)$ oraz Γ jest okręgiem $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ zorientowanym dodatnio.
- $\vec{F} = (y^2 - xy, x)$ oraz Γ jest łukiem $y = \sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 1$.

4. Obliczyć cyrkulację pola wektorowego $\vec{F} = (y, -x)$ po łuku Γ będącym brzegiem obszaru $x^{2/3} + y^{2/3} \leq a^{2/3}$, $x \leq 0$ i $y \leq 0$.
5. *Całki krzywoliniowe zorientowane z pól potencjalnych*: Obliczyć

$$\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l},$$

gdzie $\vec{F} = (y \sin z, x \sin z, xy \cos z)$ oraz punkty $A = (1, 1, \pi/2)$ i $B = (2, 2, 3\pi/2)$.

6. Obliczyć pracę w polu siły

$$\vec{F} = F_0 \frac{\vec{r}}{r^2}$$

przy przemieszczaniu ciała pomiędzy punktami $A = (1, 1, 1)$ i $B = (2, 4, 8)$. Na podstawie analizy wymiarowej uzgodnić właściwe jednostki aby zadanie miało sens fizyczny.

7. *Całki powierzchniowe niezorientowane*: Obliczyć

$$\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2) dS,$$

gdzie Σ jest powierzchnią boczną walca $x^2 + y^2 = R^2$ i $0 \leq z \leq H$.

8. *Całki powierzchniowe zorientowane*: Obliczyć $\iint_{\Sigma} \vec{F} \cdot d\vec{S}$, gdzie $\vec{F} = (x, y, z)$ i Σ jest wewnętrzną stroną półsfery $x^2 + y^2 = R^2$, $z \leq 0$.
9. *Twierdzenie Gaussa*: Obliczyć strumień pola $\vec{F} = (1 - 2x, 2y, 2z)$ przez powierzchnię stożka $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ i płaszczyzny $z = 4$.

2.4 Zadania domowe

1. Niech \vec{R} oznacza różnicę wektorów położenia między ustalonym punktem (x', y', z') a punktem (x, y, z) , natomiast R oznacza długość wektora \vec{R} . Znaleźć:
 - $\vec{\nabla} R$,
 - $\vec{\nabla}(1/R)$,
 - $\vec{\nabla} R^n$, dla dowolnego n całkowitego.
2. Pokazać bezpośrednim rachunkiem prawdziwość twierdzenia Gaussa o dywergencji dla pola wektorowego $\vec{V} = (xy)\vec{e}_x + (2yz)\vec{e}_y + (3zx)\vec{e}_z$ i obszaru całkowania w postaci sześcianu o bokach długości równych 2, którego jeden z wierzchołków leży w punkcie $(0, 0, 0)$ kartezjańskiego układu współrzędnych, a współrzędne pozostałych wierzchołków są liczbami nieujemnymi.
3. Sprawdzić bezpośrednim rachunkiem twierdzenie Gaussa o dywergencji dla pola wektorowego $\vec{V} = r^2 \cos \theta \vec{e}_r + r^2 \cos \phi \vec{e}_\theta - r^2 \cos \theta \sin \phi \vec{e}_\phi$ i bryły w kształcie $1/8$ kuli o promieniu R i środku w początku układu współrzędnych.
4. Sprawdzić bezpośrednim rachunkiem twierdzenie Stokesa o rotacji dla pola wektorowego $\vec{V} = y\vec{e}_z$ i powierzchni w kształcie trójkąta o wierzchołkach w punktach $(a, 0, 0)$, $(0, 2a, 0)$ i $(0, 0, a)$ kartezjańskiego układu współrzędnych.

3 Tydzień III, 14-20/10/2019

3.1 Wykład

Dodatek: Elementy analizy pola - definicja pola, pola skalarne i wektorowe, przykłady, graficzne przedstawienie pola, izoliny, ekwipowierzchnie, linie pola wektorowego, zmiana pola skalarnego i definicja gradientu, symbol ∇ - nabla, interpretacja i kierunek gradientu, zmiana pola wektorowego, gradient pola wektorowego, dywergencja pola wektorowego jako ślad gradientu pola wektorowego, definicja i interpretacja hydrodynamiczna strumienia pola wektorowego $\Phi = \oint_{\Sigma} \vec{v}(\vec{r}) \cdot d\vec{S}$, źródła i spływy (dreny) pola wektorowego, przykład strumienia z polem $1/r^2$, dywergencja jako lokalny strumień pola przez nieskończenie małą powierzchnię, twierdzenie Gaussa-Ostrogradskiego dla dywergencji $\oint_{\Sigma} \vec{V}(\vec{r}) \cdot d\vec{S} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{v}(\vec{r})$, cdn.

3.2 Pokazy

E-1¹ Oddziaływania wzajemne ładunków, ładowanie przez dotyk, tarcie i indukcję. E-2 Demonstracja istnienia różnych ładunków. E-3 Demonstracja zasady zachowania ładunku. E-5 Przewodniki i dielektryki.

E-6-8 Pokaz linii sił pola elektrostatycznego: 1. pomiędzy naładowanymi płytkami w płynnym dielektryku (rozdrobniony ryż na oleju rycynowym), 2. pomiędzy naładowanymi kulami w powietrzu, 3. pomi-

dzy naładowanymi tarczami w powietrzu, 4. wokół naładowanej dużej kuli w powietrzu, 5. wokół naładowanego studenta (ochotnika).

3.3 Zadania na ćwiczenia

1. *Typowe wartości ładunku w doświadczeniach z elektrostatyki* Dwie lekkie kulki o masach $10g$ każda i zawieszono na niciach o długościach $30cm$ w tym samym punkcie statywu naładowano przez dotknięcie szklaną pałeczką. W wyniku tego kulki oddaliły się od siebie na odległość $10cm$. Znaleźć przybliżoną wartość ładunku jakim została naładowana każda z kulek.
2. *Ilustracja twierdzenia Earnshaw'a* Cztery identyczne ładunki dodatnie q umieszczono w wierzchołkach kwadratu o boku a . W środku symetrii kwadratu umieszczono ładunek ujemny Q , który utrzymywał cały układ w równowadze. Znaleźć wartość ładunku Q . Zakładając, że ładunki q nie mogą się poruszać, znaleźć kierunek siły działającej na ładunek Q w przypadku przesunięcia go ze środka symetrii: a) w kierunku jednego z ładunków q , b) w kierunku środka jednego z boków kwadratu, c) wzdłuż osi symetrii układu prostopadłej do płaszczyzny kwadratu. Na tej podstawie określić rodzaj równowagi ładunku Q . (Można zachęcić studentów do samodzielnego poszukania dowodu ogólnego twierdzenia Earnshaw'a z pierwszej połowy XIX wieku (np. Wikipedia), mówiącego, że w statycznym polu elektrycznym w próżni nie istnieje punkt równowagi trwałej. Paradoks: Jeśli atomy i cząsteczki są zbudowane z ciał o ładunkach dodatnich i ujemnych, to jak to jest możliwe, że są one stabilne?)
3. *Pole elektryczne dipola* - Ładunki Q o przeciwnych znakach znajdują się w odległości l . Znaleźć ogólne wyrażenie na natężenie pola elektrycznego w dowolnym punkcie \vec{r} . Znaleźć natężenie pola elektrycznego na prostej, na której leżą te ładunki, zakładając, że punkt \vec{r} leży bardzo daleko od ładunków (wyjaśnić znaczenie bardzo daleko). Zdefiniować moment dipolowy $p = Ql$, podać jego jednostki i zapisać natężenie pola elektrycznego od dipola w zwartej postaci. Podać (bez wyprowadzania, będzie to zadaniem domowym) jak wygląda natężenie pola od dipola elektrycznego wzdłuż symetralnej. Sformułować ogólny wynik (bez wyprowadzeń) i omówić jego znaczenie. zilustrować wynikami dla wybranych cząsteczek chlorowodoru HCl , woda H_2O , amoniak NH_3 i inne.

3.4 Zadania domowe

1. Odległość między protonami w jądrze atomowym wynosi $3 \cdot 10^{-15}m = 3fm$. Ile wynosi wartość siły Coulomba pomiędzy nimi? Ta siła jest równoważona przez oddziaływania jądrowe silne, które sprawiają, że jądro atomowe jest stabilne. Wyobraźmy sobie, że siły jądrowe przestają nagle

¹Symbol odnosi się do proponowanych pokazów z książki T. Dryński, *Doświadczenia pokazowe z fizyki*.

działać w pewnej chwili. Z jakim przyspieszeniem i w którą stronę zaczną poruszać się rozszczepione protony? Masa protonu wynosi $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Dla porównania znaleźć wartość siły grawitacji działającej między protonami. Gdyby nagle siły elektrostatyczne i siły jądrowe znikły, to z jakim przyspieszeniem zaczną poruszać się protony i w którą stronę?

- Ładunki Q o przeciwnych znakach znajdują się w odległości l . Znaleźć natężenie pola elektrycznego na prostej symetrycznej do odcinka na której leżą te ładunki, zakładając, że punkt \vec{r} leży bardzo daleko od ładunków i wyjaśnić znaczenie bardzo daleko. Zdefiniować moment dipolowy $p = Ql$, podać jego jednostki i zapisać natężenie pola elektrycznego na symetralnej od dipola w zwartej postaci. Omówić wynik i porównać go z analogicznym zadaniem z ćwiczeń.

4 Tydzień IV, 21-27/10/2019

4.1 Wykład

cd., rotacja, jako część antysymetryczna gradientu pola wektorowego, interpretacją rotacji, krążenie pola wektorowego po zamkniętej krzywej $\kappa = \oint_{\Gamma} \vec{v}(\vec{r}) \cdot d\vec{l}$, rotacja jako lokalne krążenie po nieskończenie małej pętli, twierdzenie Stokesa dla rotacji $\oint_{\Gamma} \vec{v}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \oint_{\Sigma} (\nabla \times \vec{v}(\vec{r})) \cdot d\vec{S}$, przykłady w Mathematica graficznej reprezentacji pól wirowych,² analiza pola wiru Rankina $v_{\theta}(r) = (\Gamma/2\pi R^2)r$ dla $r \leq R$ i $v_{\theta}(r) = \Gamma/(2\pi r)$ dla $r > R$.

&2. *Pole elektryczne* - strumień pola Coulombowskiego od ładunku punktowego, prawo Gaussa dla ładunku punktowego $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q/4\pi\epsilon_0$, sprawdzenie, że pole Coulombowskie jest bezźródłowe w przestrzeni nie zawierającej ładunków, pole elektryczne dyskretnego rozkładu ładunków, zasada superpozycji dla pól elektrycznych, pole elektryczne od ciągłego rozkładu ładunków, całkowita i różniczkowa postać prawa Gaussa - pierwsze równanie Maxwella, sprawdzanie jednostek.

&3. *Potencjał pola elektrycznego* - prawo Stokesa dla pola Coulombowskiego, $\nabla \times \vec{E} = 0$, potencjał V_e dla pola $E = -\nabla V_e$, wyznaczanie potencjału z dokładnością do stałej addytywnej, wybór stałej nazywamy wyborem cechowania, wzór $V_e = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r}') \cdot d\vec{l}'$ na wyznaczanie potencjału z zadanego pola \vec{E} , zasada superpozycji dla potencjałów, wyznaczenie potencjału dla pola Coulombowskiego, wybór cechowania tak, aby potencjał zniknął w nieskończoności, w ogólności przy tym samym cechowaniu mamy $V_e = \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{E}(\vec{r}') \cdot d\vec{l}'$, wymiar potencjału, jednostka volt $1V = 1J/1C$, jednostka natężenia pola elektrycznego $N/C = V/m$, napięcie elektryczne (różnica potencjału), jednostka napięcia volt, napięcie dla pola Coulombowskiego, praca

pola przy przemieszczaniu ładunku, praca pola Coulombowskiego - różne przypadki i znaki pracy, energia potencjalna pola elektrycznego $E_p = qV_e$, fizyczne istnienie pola elektrycznego, graficzny obraz pola elektrycznego i potencjału, powierzchnie ekwipotencjalne, zasady rysowania linii pola i linii ekwipotencjalnych, równanie Poissona, równanie Laplacea.

4.2 Zadania na ćwiczenia

- Pole elektryczne od płaszczyzny* - Korzystając z prawa Gaussa (I prawo Maxwella) znaleźć natężenie pola elektrycznego \vec{E} po obu stronach jednorodnie naładowanej płaszczyzny ładunkiem σ_0 na jednostkę powierzchni. Omówić linie sił tego pola i ich kierunki. Jest to ważny przykład pola jednorodnego. Sprawdzić jednostki.
- Pole elektryczne od podwójnych płaszczyzn* - Korzystając z prawa Gaussa znaleźć natężenie pola elektrycznego \vec{E} w całej przestrzeni gdzie znajdują się dwie równoległe do siebie i oddalone o d jednorodnie naładowane płaszczyzny przeciwnymi ładunkami $\pm\sigma_0$ na jednostkę powierzchni. Omówić linie sił tego pola i ich kierunki. Jest to ważny przykład pola jednorodnego w kondensatorze. Sprawdzić jednostki.
- Pole elektryczne naładowanej kuli* - Korzystając z prawa Gaussa (I prawo Maxwella) $\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \rho(\vec{r})/\epsilon_0$, gdzie $\rho(\vec{r})$ jest gęstością objętościową ładunku znaleźć natężenie pola elektrycznego \vec{E} wewnątrz i na zewnątrz jednorodnie naładowanej kuli o promieniu R ładunkiem Q . Wynik zapisać przy użyciu gęstości ρ i przy użyciu ładunku Q . Omówić związek z prawem Coulomba dla ładunku punktowego. Sprawdzić jednostki.
- Pole elektryczne wokół naładowanego drutu* - Korzystając z prawa Gaussa (I prawo Maxwella) znaleźć natężenie pola elektrycznego \vec{E} wytworzonego przez jednorodnie naładowany drut ładunkiem λ na jednostkę długości. Sprawdzić jednostki.

4.3 Zadania domowe

- Dla pola wiru Rankina $\vec{v} = v_r \vec{e}_r + v_{\theta} \vec{e}_{\theta} + v_z \vec{e}_z$, gdzie $v_{\theta}(r) = (\Gamma/2\pi R^2)r$ dla $r \leq R$ i $v_{\theta}(r) = \Gamma/(2\pi r)$ dla $r > R$, oraz $v_r = v_z = 0$ obliczyć: a) składowe rotacji $\vec{\omega}(\vec{r})$, dla różnych r , b) krążenie po okręgu o promieniu r i środku w początku układu współrzędnych, c) krążenie po konturze otaczającym pole od $r = r_1$ do $r = r_2$ i $\theta = \theta_1$ do $\theta = \theta_2$. Omówić otrzymane wyniki.
- Korzystając z prawa Gaussa znaleźć natężenie pola elektrycznego \vec{E} w całej przestrzeni gdzie znajdują się dwie równoległe do siebie i oddalone o d jednorodnie naładowane płaszczyzny jednoimiennymi ładunkami σ_0 na jednostkę powierzchni. Omówić linie sił tego pola i ich kierunki.

²Przykładowe programy w Mathematica są dostępne na stronie www.fuw.edu.pl/byczuk.

- Korzystając z prawa Gaussa znaleźć natężenie pola elektrycznego \vec{E} wewnątrz i na zewnątrz jednorodnie naładowanej sfery o promieniu R ładunkiem Q .
- Znaleźć pole elektryczne wokół dwóch, nieskończenie długich prostoliniowych nici naładowanych ładunkami o gęstości liniowej λ_1 i λ_2 . Przedyskutować rozwiązanie i sprawdzić jednostki. Narysować, np. za pomocą programu Mathematica, linie tego pola w płaszczyźnie $z = 0$ dla różnych przypadków. Wsk. skorzystać z zasady superpozycji pól.
- Znaleźć pole elektryczne wewnątrz i na zewnątrz nieskończonego cylindra o promieniu R naładowanego ładunkiem powierzchniowym σ . Przedyskutować rozwiązanie i sprawdzić jednostki.
- Znaleźć pole elektryczne wewnątrz i na zewnątrz nieskończonego walca o promieniu R naładowanego ładunkiem objętościowym o gęstości ρ . Przedyskutować rozwiązanie i sprawdzić jednostki.

5 Tydzień V, 28/10-03/11/2019

5.1 Wykład

&4. *Pole elektryczne w przewodniku* - ośrodek modyfikuje pole, ładunki nieskompensowane w przewodniku, ładunki dodatnie i ujemne umieszczają się na powierzchni przewodnika, grubość warstwy ładunku 2–3 odległości atomowe, naładowany przewodnik makroskopowy ma tylko powierzchniowy rozkład ładunków, przykład natężenia i potencjału pola elektrycznego jednorodnie naładowanej sfery, uogólnienie na dowolne przewodniki, przewodnik jest obszarem ekwipotencjalnym, a natężenie pola elektrycznego wewnątrz przewodnika znika, związek z powierzchniową gęstością ładunku a natężeniem pola na powierzchni przewodnika $\vec{E} = (\sigma/\epsilon_0)\vec{n}$, rozkład ładunku na powierzchniach o dużej krzywiznie, przewodzące ostrza, $E \sim \sigma \sim 1/R \sim$ krzywizna, ładowanie przewodnika przez indukcję, wielkość indukowanego ładunku, indukcja a prawo Gaussa (Maxwell I), ładunek wyindukowany jest równy ładunkowi który powoduje indukcję, osłony (ekrany) elektryczne, metoda obrazów, przykład: zastosowanie metody obrazów do problemu pojedynczego ładunku umieszczonego w pobliżu uziemionej płaszczyzny.

&5. *Pole elektryczne w dielektryku* - różnice między przewodnikami a dielektrykami (izolatorami), brak swobodnych ładunków, możliwość przemieszczenia się ładunków na skali cząsteczkowej, mechanizm powstawanie dipoli elektrycznych w dielektrykach, pole elektryczne i potencjał od pojedynczego dipola elektrycznego, energia potencjalna dipola w polu elektrycznym, zachowanie się dipola w jednorodnym polu elektrycznym, moment siły działający na dipol, makroskopowa polaryzacja dielektryka, wektor polaryzacji i jego jednostka, ładunki w dielektrykach, związany ładunek powierzchniowy, cdn.

5.2 Pokazy

Pokazy rozkładu ładunków w przewodniku:

- E-9, E-10 naładowana sfera,
- E-12 naładowany cylinder zakończony stożkiem,
- E-13 klatka Faradaya (różne wersje),
- E-14 siatka Kolbego,
- E-15 "wiatr elektryczny" wokół naładowanego ostrza widoczny w płomieniu świecy,
- E-16 młynek Franklina (różne wersje),
- radio analogowe w klatce Faradaya.

Pokazy potencjału pola:

E-17 Potencjał pola elektrycznego, sonda płomieniowa, E-18 Potencjał pola w kondensatorze, E-19 Potencjał naładowanego przewodnika.

5.3 Zadania na ćwiczenia

- Potencjał pola elektrycznego i powierzchnie ekwipotencjalne* - Przypomnieć co to jest potencjał pola $\vec{E} = -\vec{\nabla}V_e$, $V_e(\vec{r}) = \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{E}(\vec{r}') \cdot d\vec{r}'$ oraz **jakościowo** omówić przebieg powierzchni ekwipotencjalnych dla prostych rozkładów ładunków punktowych, np. ładunek punktowy, dipol, trzy ładunki punktowe na jednej linii, 3 lub 4 ładunki punktowe w wierzchołkach odpowiednich wielokątów foremnych. Można skorzystać w programie Mathematica.
- Potencjał i praca pola elektrycznego* - Wyznaczyć potencjał V_e (wykonując odpowiednie całki) oraz natężenie pola elektrycznego \vec{E} (z gradientu V_e) w punkcie P leżącym na osi pierścienia, którego powierzchniowa gęstość ładunku jest stała i wynosi σ . Wewnętrzny promień pierścienia wynosi R_1 , zewnętrzny R_2 , punkt P znajduje się w odległości d od płaszczyzny pierścienia. Na podstawie wyniku ogólnego rozważać: a) $R_1 \rightarrow 0$, b) $R_2 \rightarrow \infty$, c) $R_1 \rightarrow 0$ i $R_2 \rightarrow \infty$. Pokazać, że rozwiązanie przypadku c) można otrzymać z rozwiązań przypadków a) i b) korzystając z zasady superpozycji. Obliczyć pracę jaką należy wykonać przenosząc wzdłuż osi pierścienia ładunek Q umieszczony w punkcie P i) do nieskończoności, ii) do środka pierścienia, w przypadku ogólnym i przypadkach granicznych. Zbadać jednostki oraz zinterpretować znaki otrzymanych prac.

5.4 Zadania domowe

- W odległości $r = 10m$ od dipola elektrycznego na jego osi znajduje się ładunek $Q = 1nC$. Ładunek ten przesunięto wzdłuż osi dipola o $a = 10cm$ wykonując przy tym pracę $W = 2 \times 10^{-10}J$. Obliczyć moment dipolowy p dipola. Sprawdzić jednostki.
- Korzystając z rozwiązania zadania 2 z ćwiczeń wyznaczyć wartość natężenia pola elektrycznego:
 - w środku sfery o promieniu R , jeżeli połowa sfery jest naładowana jednorodnie gęstością powierzchniową ładunku σ , a druga połowa gęstością 3σ

- w obszarze między równoległymi płaszczyznami, jeżeli gęstość powierzchniowa ładunku na jednej płaszczyźnie wynosi σ , a na drugiej -2σ ,
- w obszarze między dwiema przecinającymi się płaszczyznami pod kątem α , jeżeli gęstość powierzchniowa ładunku wynosi σ na obu płaszczyznach,
- w punkcie leżącym na wspólnej osi dwóch równoległych kół, jedno o promieniu R_1 i gęstości powierzchniowej ładunku σ , a drugie o promieniu R_2 i gęstości powierzchniowej -2σ , odległość między kołami wynosi d ,
- w dowolnym punkcie kulistego wydrążenia o promieniu R_1 znajdującego się w jednorodnie naładowanej kuli o promieniu $R_2 > R_1$, jeżeli gęstość objętościowa ładunku kuli wynosi ρ , a środek kulistego wydrążenia znajduje się w odległości $d < R_2 - R_1$ od środka kuli.

6 Tydzień VI, 04-10/11/2018

6.1 Wykład

&5. Pole elektryczne w dielektryku - cd., związany ładunek objętościowy, realność istnienia ładunków związanych w spolaryzowanym dielektryku, prawo Gaussa dla dielektryka (Maxwell I), definicja indukcji elektrycznej \vec{D} , jednostki i fizyczna interpretacja, różniczkowa i całkowita postać prawa Gaussa w dielektrykach, dielektryki liniowe $\vec{P}(\vec{E}) = \chi\epsilon_0\vec{E} + \dots$, podatność dielektryka, uogólnienie podatności dielektrycznej dla dielektryka nieizotropowego, tensor podatności dielektrycznej, stała dielektryczna ośrodka, przenikalność dielektryczna ośrodka, dla dielektryka linowego mamy: $\vec{D} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0(1 + \chi)\vec{E} = \kappa\epsilon_0\vec{E} = \epsilon\vec{E}$, \vec{E} natężenie pola elektrycznego, \vec{D} indukcja pola elektrycznego, \vec{P} polaryzacja ośrodka, χ podatność dielektryczna ośrodka, κ względna przenikalność dielektryczna, ϵ przenikalność dielektryczna ośrodka, ϵ_0 przenikalność dielektryczna próżni, przykłady liczbowe stałej dielektrycznej dla różnych materiałów, przykład: siła Coulombowska w ośrodku, ogólny warunek dla natężenia pola elektrycznego na granicy naładowanej powierzchni $E_{1n} - E_{2n} = \sigma/\epsilon_0$ i $E_{1t} = E_{2t}$, warunek dla indukcji elektrycznej na granicy dwóch dielektryków $D_{1n} - D_{2n} = \sigma_{sw}$ (σ_{sw} to ładunek zewnętrzny na powierzchni granicznej), dla $\sigma_{sw} = 0$ zachodzi $D_{1n} = D_{2n}$, $E_{1n}/E_{2n} = \kappa_2/\kappa_1$, dla składowej poprzecznej z $\sigma_{sw} \neq 0$ lub $\sigma_{sw} = 0$ mamy $D_{1t}/D_{2t} = \kappa_1/\kappa_2$, prawo załamania dla $\sigma_{sw} = 0$ wynosi $\text{tg } \alpha_1 / \text{tg } \alpha_2 = \kappa_1 / \kappa_2$, energia pola elektrycznego $E_p = (1/2) \int_V V_e(\vec{r})\rho(\vec{r})dV = (1/2) \int \vec{D}(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r})dV$, gęstość energii pola $\rho_E(\vec{r}) = (1/2)\vec{D}(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r})$.

&6. Kondensatory - Pojemność pojedynczego przewodnika $C = Q/V_e$, jednostka pojemności farad $F = C/V = C^2/J$, przykład: pojemność naładowanej kuli, kondensator jako układ gdzie pole elektryczne jest w

ograniczonym obszarze, pojemność układu dwóch przewodników $C = Q/U$, pojemność dowolnego układu przewodników $Q_i = \sum_j C_{ij}V_{ej}$, pojemność własna i pojemność wzajemna, cdn.

6.2 Pokazy

Wpływ pola na przewodniki:

E-20, 21, 22 ładowanie przez indukcję, zasada działania maszyny elektrostatycznej.

E-25 Generator van der Graaffa

Własności dielektryków:

E-26 Polaryzacja dielektryka

E-27-30 siły działające na świeczkę, strumień cieczy, olej pod wpływem pola elektrycznego,

E-33 "doświadczenie" Millikana.

6.3 Zadania na ćwiczenia

1. Znaleźć potencjał oraz natężenie pola elektrycznego wytwarzane przez elektron w atomie wodoru znajdujący się w stanie podstawowym gdzie gęstość objętościowa ładunku elektronu dana jest wzorem $\rho(r) = -\frac{e}{\pi a^3} e^{-\frac{2r}{a}}$, gdzie e jest ładunkiem elektronu, natomiast a jest promieniem pierwszej orbity Bohra. Porównać wyniki z wzorami dla ładunku punktowego i podać interpretację fizyczną. Podać liczbowe wartości potencjału i natężenia pola i ich jednostki w wybranych odległościach od jądra atomu. Jaką pracę należy wykonać aby dodać z drugi elektron do układu przenosząc go z nieskończoności do $r = a$, tzw. energia ładowania. Pole od jądra przyjąć jako czysto Coulombowskie.
2. Metoda obrazów - Znaleźć potencjał i natężenie pola elektrycznego nad uziemioną płaszczyzną jeśli w odległości d nad nią znajduje się ładunek punktowy Q . Znaleźć rozkład i całkowitą wartość indukowanego ładunku na płaszczyźnie. Znaleźć wartość, kierunek i zwrot siły działającej na ładunek Q . Podać liczbową wartość tej siły dla typowego ładunku w elektrostatyce (zad. 3.3.1) i wybranej typowej odległości. Omówić wyniki i ich znaczenie fizyczne oraz sprawdzić jednostki. (Przykład pojawił się na wykładzie, ale warto aby studenci samodzielnie i ze zrozumieniem go rozwiązali).
3. Znaleźć potencjał i natężenie pola elektrycznego wytwarzanego przez ładunek punktowy q odległy o d od uziemionej kuli przewodzącej o promieniu R . Z jaką siłą przewodząca kula nienaładowana przyciąga ten ładunek? Jak powyższe wyniki się zmieniają gdy przewodząca kula nie jest uziemiona?
4. Energia pola elektrycznego - Wyznaczyć energię elektrostatyczną kuli o promieniu R , której przestrzenna gęstość ładunku jest stała i wynosi ρ . Znaleźć wartość tej energii dla promieni i ładunków z zadania 3.3.1.

6.4 Zadania domowe

1. Znaleźć potencjał oraz natężenie pola elektrycznego wytwarzane przez elektron w atomie wodoru znajdujący się w pierwszym stanie wzbudzonym gdzie gęstość objętościowa ładunku elektronu dana jest wzorem $\rho(r) = -\frac{e}{32\pi a^3} e^{-\frac{r}{a}} (2 - \frac{r}{a})^2$, gdzie e jest ładunkiem elektronu, natomiast a jest promieniem pierwszej orbity Bohra. Porównać wyniki z wzorami dla ładunku punktowego.
2. Jaki potencjał i pole elektryczne wytwarzają następujące układy ładunków i uziemionych płaszczyzn przewodzących:
 - ładunek punktowy i dwie prostopadłe płaszczyzny,
 - dipol ustawiony równoległe do płaszczyzny,
 - dipol ustawiony prostopadłe do płaszczyzny.

Ładunki, odległości między nimi i płaszczyznami są dane. Znaleźć potencjały i pola w dużej odległości.

3. Znaleźć potencjał i natężenie pola elektrycznego wytwarzanego przez ładunek punktowy q odległy o d od przewodzącej kuli o promieniu R i naładowanej ładunkiem Q . Z jaką siłą ta kula przyciąga ten ładunek?

7 Tydzień VII,11-17/11/2019

7.1 Wykład

&6. *Kondensatory* - cd., przykład: kondensator kulisty o promieniach sfer R_1 i R_2 , przykład: kondensator płaski, łączenie kondensatorów równoległe i szeregowo, baterie kondensatorów, pojemność kondensatora z dielektrykiem, zmiana napięcia kondensatora przy ustalonym ładunku po wsunięciu dielektryka, energia kondensatora próżniowego i kondensatora z dielektrykiem.

II. Pole prądów

&1. *Prąd elektryczny* - prąd elektryczny jako uporządkowany ruch ładunków elektrycznych, ruch ładunków dodatnich w stronę spadku potencjału w przewodniku, definicja natężenia prądu elektrycznego $I = dq(t)/dt$, amper $A = C/s$ - jednostka natężenia prądu, makroskopowa definicja wektora gęstości prądu elektrycznego $\vec{j} = (dI/dS_n)\vec{v}_0$ gdzie \vec{v}_0 jest wektorem prędkości cząstek, mikroskopowe wyrażenia na wektor gęstości prądu $\vec{j} = qn\vec{v}$ i na natężenie prądu $I = \vec{j} \cdot \vec{S}$, natężenie prądu jako strumień pola gęstości prądu $I(t) = \oint_{\Sigma} \vec{j}(\vec{r}, t) \cdot d\vec{S}$, przykład: prędkość unoszenia (dryfu) elektronów w miedzi, zasada zachowania ładunku i równanie ciągłości $\partial\rho(\vec{r}, t)/\partial t + \vec{\nabla} \cdot \vec{j}(\vec{r}, t) = 0$, stan stacjonarny i bezźródłowość pola gęstości prądu, cdn.

7.2 Zadania na ćwiczenia

1. *Pole elektryczne i energia w dielektryku* - Sfera metalowa o promieniu R_1 otoczona jest kulistą warstwą liniowego dielektryka o przenikalności dielektrycznej ośrodka ϵ i grubości d oraz drugą sferą o promieniu $R_2 \geq R_1 + d$ umieszczoną współśrodkowo. Ładunek mniejszej sfery wynosi $Q > 0$. Wyznaczyć potencjał, natężenie pola elektrycznego i indukcję elektryczną w tym układzie. Jaka jest jego energia elektrostatyczna? Jakie jest zachowanie pól E i D na granicy ośrodków? Jaki jest rozkład polaryzacji dielektryka i rozkład powierzchniowych i objętościowych ładunków polaryzacyjnych.
2. Okładki dużego próżniowego kondensatora płaskiego, między którymi odległość wynosi d , połączone są przewodnikiem. Pomiedzy okładkami znajduje się metalowa płyta o ładunku elektrycznym Q . Znaleźć całkowity ładunek, jaki przepływnie przez przewód, jeśli płytkę przesuniemy o odległość x w kierunku prostopadłym do okładek. Czy ładunek zmieni się jeśli kondensator wypełnimy ciekłym dielektrykiem o względnej przenikalności κ ? Opór przewodnika przyjąć $R = 0$.

7.3 Zadania domowe

1. Wyznaczyć energię elektrostatyczną sfery o promieniu R naładowanej ładunkiem, którego gęstość powierzchniowa jest stała i wynosi σ . Znaleźć wartość tej energii dla promieni i ładunków z zadania 3.3.1.
2. Nieskończona metalowa powierzchnia jest naładowana ładunkiem o stałej gęstości powierzchniowej σ . Po jednej stronie powierzchni znajduje się warstwa liniowego dielektryka o grubości d_1 i o przenikalności dielektrycznej ośrodka ϵ_1 , a po drugiej stronie znajduje się warstwa liniowego dielektryka o grubości d_2 i o przenikalności dielektrycznej ośrodka ϵ_2 . Wyznaczyć potencjał, natężenie pola elektrycznego i indukcję elektryczną w tym układzie. Jaka jest jego całkowita energia elektrostatyczna i dlaczego? Jaka jest energia całkowita zawarta w sześcianie o bokach długości L ustawionych tak, że jego dwie ściany są równoległe do naładowanej płaszczyzny? Jak ta energia na sześcian zależy od ustawienia sześcianu względem naładowanej płaszczyzny? Jakie jest zachowanie pól E i D na granicy ośrodków? Jaki jest rozkład polaryzacji dielektryków i rozkład powierzchniowych i objętościowych ładunków polaryzacyjnych.
3. Znaleźć pojemność i energię kulistego kondensatora wypełnionego dielektrykiem o względnej przenikalności $\kappa(r) = \kappa_0 a^2/r^2$, $a > 0$. Promienie okładek wynoszą R_1 i R_2 ($R_1 < R_2$).
4. Pole elektryczne w pobliżu powierzchni Ziemi ma postać $\vec{E}(\vec{R}) = -A\vec{r}/r$, gdzie $A = 130V/m$.

Znaleźć gęstość powierzchniową ładunku na powierzchni Ziemi, całkowity ładunek Ziemi, potencjał powierzchni Ziemi oraz jej pojemność. Promień Ziemi $R = 6370\text{km}$.

8 Tydzień VIII, 18-24/11/2019

8.1 Wykład

&1. *Prąd elektryczny* - cd. pierwsze prawo Kirchhoffa jako zasada zachowania ładunku w węźle obwodu elektrycznego, prawo Ohma $I = U/R$, bodziec-reakcja, jednostka oporu elektrycznego (rezystancji, ang. resistance) $\Omega = V/A = Js/C^2$ taka sama jak jednostka h/e^2 , gdzie h jest stałą Plancka, $G = 1/R$ przewodność (konduktancja, ang. conductance), opór właściwy ρ_w (resystywność, ang. resistivity), przewodność właściwa $\sigma = 1/\rho_w$ (konduktywność, ang. conductivity), przykłady przewodności dla różnych materiałów, zależność oporności właściwej od temperatury dla przewodników i dielektryków, inny zapis prawa ham $U = RI$, przykład: dzielnik napięć, łączenie oporników szeregowo i równoległe, opór zastępczy, zakres stosowności prawa Ohma, definicja ruchliwości $\mu = v_{\text{dryf}}/E$, jednostka ruchliwości m^2/Vs , przykład: ruchliwość w miedzi, ruchliwości metali, elektrolitów i gazów, różniczkowe prawo Ohma $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, uogólnienie na układy nieizotropowe i niejednorodne, pole w przewodniku ze stałym prądem, ciągłość składowej normalnej gęstości prądu na granicy dwóch przewodników, skok składowej normalnej pola elektrycznego $E_{1n}/E_{2n} = \sigma_2/\sigma_1$, ciągłość składowej stycznej pola elektrycznego, prawo załamania $\text{tg } \alpha_2 / \text{tg } \alpha_1 = \sigma_2 / \sigma_1$, ciepło Joule's i prawo Joule's $P = IU = U^2/R = I^2R$, $Q = Pt = IUt = (U^2/R)t = I^2Rt$, obwód RC i rozładowywanie kondensatora.

8.2 Pokazy

Własności kondensatorów:

E-34, 35, 36, 38, 39, 40 pojemność przewodnika, gromadzenie ładunku w kondensatorach, E-37 butelka Leidejska.

E44 - konieczność istnienia ładunków swobodnych i napięcia aby płynął prąd elektryczny na przykładzie ogrzewanego szkła wmontowanego w obwód elektryczny, E48 - spadek potencjału wzdłuż przewodnika z prądem, E51 - sprawdzenie prawa Ohma, E52 - zależność oporu od temperatury, E55 - I prawo Kirchhoffa dla rozgałęzienia obwodu elektrycznego.

8.3 Zadania na ćwiczenia

1. *Przewodnik kulisty jako model kropki kwantowej* - Metaliczna kropka kwantowa jest to mikroskopowe ziarno metalu, np. glinu (Al), które może być umieszczone na dielektrycznym podłożu i połączone z elektrodami. Problemy:

- Oszacować pojemność pojedynczej kropki kwantowej z glinu o średnicy $\sim 10\text{nm}$.

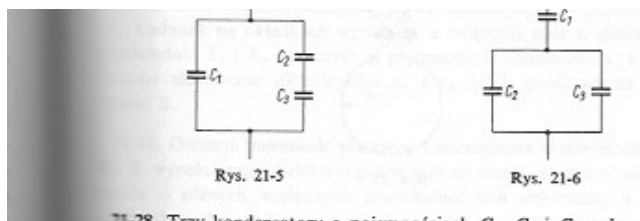
- Oszacować pojemność tej kropki względem podłoża jeśli jest umieszczona od uziemionej płaszczyzny przewodzącej w odległości 1nm i oddzielona od niej warstwą dielektryka tlenkowego o przenikalności względnej $\kappa = 8$. Porównać z przykładem poprzednim.
- Oszacować zmianę napięcia na tej kropce jeśli dodamy do niej dokładnie jeden elektron w tych dwóch opisanych powyżej przypadkach.
- Ile wynosi względna zmiana liczby elektronów swobodnych w tej kropce po dodaniu jednego elektronu?
- W doświadczeniu rozmiar kropki szacowany jest ze znajomości zmierzonej pojemności. Oszacować promień kropki i jej objętość jeśli wyznaczona pojemność wynosi $C \approx 8aF$?
- Przyjmijmy, że spolaryzowana kropka posiadała ładunek Q_0 i że została naładowana n elektronami. Znaleźć zmianę energii układu po dodaniu jednego kolejnego elektronu.

Problem ten i jego dalsze rozwinięcia, motywowany prawdziwym eksperymentem, jest opisany w T. Tinkham, *Am. J. Phys.* **64**, 343 (1996).

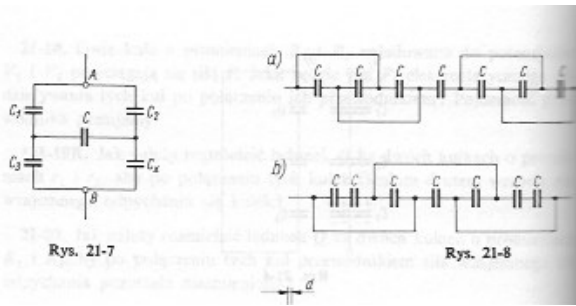
2. *Pojemność kondensatora* - Wyznaczyć pojemność kondensatora płaskiego, który wypełniony jest dielektrykiem o względnej przenikalności $\kappa(x)$, będącą ciągłą funkcją odległości od okładek kondensatora. Odległość między okładkami wynosi d , a ich pole powierzchni S . Znaleźć jawny wynik gdy $\kappa(x) = \kappa_0(1 + x/d)$.
3. Jak zmieni się pojemność przewodzącej kuli o promieniu R , gdy zbliżymy do niej na odległość $D = 10R$ uziemioną płaszczyznę przewodzącą?
4. *Energia kondensatora* - Okładki kondensatora o pojemności C naładowano do napięcia U i połączono równoległe z okładkami identycznego kondensatora, lecz nienaładowanego. Obliczyć zmianę energii układu kondensatorów wywołaną połączeniem. Dlaczego energia układu się zmieniła?

8.4 Zadania domowe

1. Znaleźć pojemności zastępcze dla układów baterii kondensatorów przedstawionych na poniższych rysunkach 1 i 2.

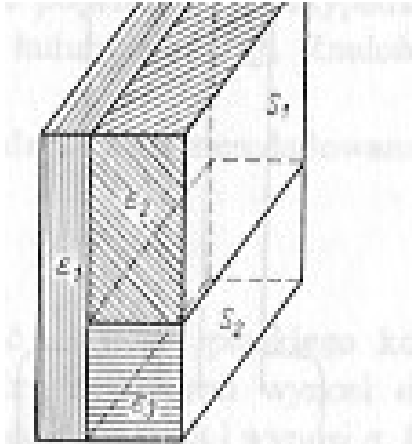


Rysunek 1:



Rysunek 2:

- Znaleźć pojemność kondensatora płaskiego wypełnionego kilkoma warstwami dielektryków o różnych podatnościach względnych κ_i (na rysunku oznaczonych jako ϵ_i). Grubości warstw d_1 (dla dielektryka κ_1) i d_2 oraz pola S_1 i S_2 , jak na rysunku 3, są dane.



Rys. 22

ię elektrostatyczną kuli c
ni jest stała i wynosi a

Rysunek 3:

9 Tydzień IX, 25/11-01/12/2018

9.1 Wykład

&2. Siła elektromotoryczna i prawa Kirchhoffa - definicja siły elektromotorycznej SEM, przykład SEM w generatorze van der Graaffa, pochodznie SEM: mechaniczne, chemiczne, świetlne, ciepłne, ilościowa charakterystyka SEM jako praca na jednostkę ładunku, praca przy przeniesieniu ładunku Q między (1) i (2) $W_{12} = Q(V_{e1} - V_{e2}) + Q\mathcal{E}_{12}$, uogólnione napięcie między punktami $U_{12} = V_{e1} - V_{e2} + \mathcal{E}_{12}$, praca dla obwodu zamkniętego $W = Q \oint \vec{E}_{zew} \cdot d\vec{l}$, SEM w obwodzie zamkniętym $\mathcal{E} = W/Q = \oint \vec{E}_{zew} \cdot d\vec{l}$, przykład: SEM siły odśrodkowej, uogólnione prawo Ohma jako wyraz zasady zachowania energii $IR_{12} = (V_{e1} - V_{e2} + \mathcal{E}_{12}$, przykład: ładowanie kondensatora w obwodzie z opornikiem i z

SEM, opór wewnętrzny źródła SEM, moc wydzielana na oporze wewnętrznym, pierwsze prawo Kirchhoffa jako zasada zachowania ładunku $\sum_{i=1}^n I_i = 0$, drugie prawo Kirchhoffa jako zasada zachowania energii $\sum_k \mathcal{E}_k = \sum_i R_i I_i$, konwencja znaków SEM \mathcal{E}_i i prądów I_k , przykłady oczek i zastosowania konwencji znaków, łączenie ogniw SEM szeregowo i równoległe.

&3. Pole magnetyczne - źródłem pola magnetycznego są prądy ładunków, brak monopoli magnetycznych, doświadczenie Oersteda, oddziaływanie na siebie przewodników z prądem, linie pola magnetycznego wokół prostego przewodnika, magnesu sztabkowego, solenoidu, konwencje dotyczące znaku (nazwy) biegunów magnetycznych i orientacji linii pól magnetycznych, reguła prawej dłoni dla pętli w prądem, siła Lorentza $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, indukcja pola magnetycznego, tesla - jednostka indukcji magnetycznej $1T = Vs/m^2$, przykład: klasyczne zjawisko Halla, halotron, strumień indukcji pola magnetycznego, prawo Gaussa dla indukcji pola magnetycznego (drugie prawo Maxwella) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ lub $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$, pole \vec{B} bezźródłowe (solenoidalne) co oznacza brak monopoli magnetycznych, reguła prawej dłoni dla iloczynu wektorowego, siły Lorentza i dla linii pola wokół przewodnika z prądem, cdn.

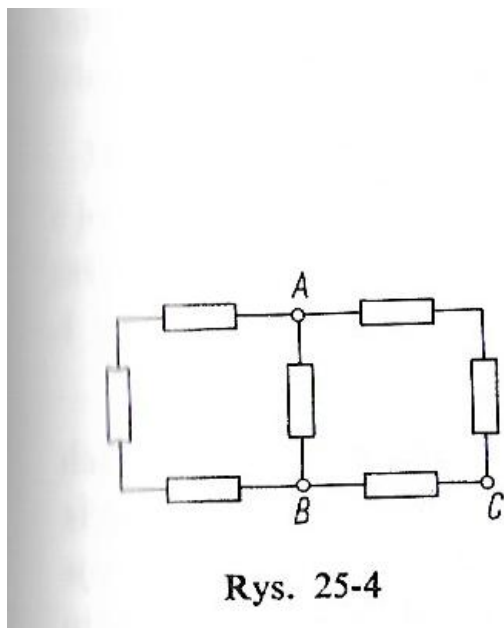
9.2 Pokazy

E-49 zjawiska towarzyszące płynięciu prądów (cieplne, chemiczne, magnetyczne), E-56 (lub E57 lub E5) prawo Joule'a, E65 (lub E62 lub E64) zjawisko termoelektryczne, siła SEM termoelektryczna.

9.3 Zadania na ćwiczenia

- Uptywność kondensatora* - Rzeczywisty dielektryk ma pewną skończoną przewodność. Dlatego wyznaczmy opór kondensatora kulistego o promieniach a i b ($a < b$) wypełnionego dielektrykiem o przenikalności względnej κ i przewodności właściwej σ . Zbadać przypadek graniczny pojedynczej kuli.
- Teoria Drudego przewodnictwa metali* - Omówić klasyczną teorię przewodnictwa elektronowego w metalach (teoria Dudego), gdzie elektrony mają masę m , gęstość n i poruszają się w polu elektrycznym zgodnie z równaniem dynamiki Newtona $m d\vec{v}/dt = -m\vec{v}/\tau + e\vec{E}$, gdzie τ jest średnim czasem pomiędzy zderzeniami (czasem relaksacji) elektronu z innymi elektronami, drgającymi jonami i domieszkami. Znaleźć wyrażenia na przewodność σ , oporność ρ_w oraz na ruchliwość μ . W typowym metalu w niskich temperaturach $\tau = \tau_0 + aT^2$, gdzie τ_0 pochodzi od rozpraszania na domieszkach, a aT^2 pochodzi od rozpraszania na skutek oddziaływania pomiędzy elektronami. Jaka jest oporność resztkowa $\rho_w(T = 0)$ i jaki jest wykres $\rho_w(T)$? W wysokich temperaturach dominuje rozpraszanie na drgających termicznie jonach i $\tau(T) = bT$. Jaki jest całościowy obraz $\rho_w(T)$?
- Łączenie oporów* - Jednakowe oporniki o oporze $R = 1\Omega$ każdy połączono jak na rysunku 4. Obli-

czyć opory zastępcze układu między punktami A i B oraz B i C.



Rysunek 4:

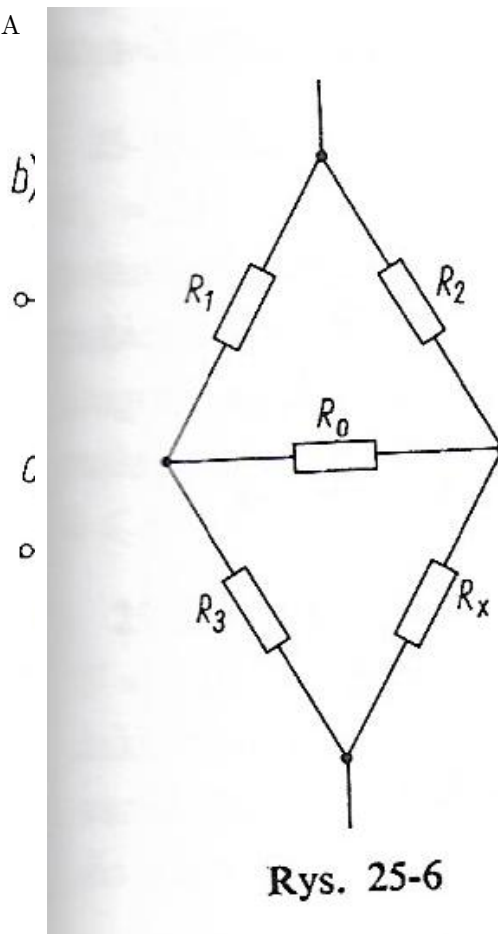
9.4 Zadania domowe

1. Rzeczywisty dielektryk ma pewną skończoną przewodność. Dlatego wyznaczmy opór na jednostkę długości kondensatora cylindrycznego o promieniach a i b ($a < b$) wypełnionego dielektrykiem o przenikalności względnej κ i przewodności właściwej σ . Zbadać przypadek graniczny pojedynczego walca.
2. Dwie kule metalowe o promieniu a znajdują się w ośrodku o przewodności właściwej σ . Znaleźć wartość oporu elektrycznego pomiędzy kulami oddalonymi od siebie o d ($d \gg 2a$). Oporność właściwa metali jest zaniedbywalna.
3. Jaki powinien być opór R_x , aby opór zastępczy układu oporników na rysunku 5 nie zależał od wielkości oporu R_0 ?

10 Tydzień X, 02-08/12/2018

10.1 Wykład

&3. Pole magnetyczne - c.d., względność pola magnetycznego, na przykładzie omówienie sił działających na ruchomy ładunek względem laboratoryjnego układu odniesienia i względem poruszającego się z ładunkiem układu odniesienia, wyprowadzenie z rozważań STW wzoru na siłę Lorentza i na indukcję wokół przewodnika z prądem $B = \mu_0 I / 2\pi r$, gdzie $\mu_0 = 1/\epsilon_0 c^2$ jest stałą przenikalności magnetycznej próżni, wartość i jednostka $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{N/A}^2$, natężenie pola magnetycznego \vec{H} , związek $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, prawo Gaussa dla natężenia pola magnetycznego $\oint \vec{H} \cdot d\vec{S} = 0$ lub $\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0$,



Rysunek 5:

pole \vec{H} bezźródłowe (solenoidalne), siła Ampera od odcinka przewodnika z prądem $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$, całkowita siła Ampera od przewodnika z prądem $\vec{F} = I \int_{\Gamma} d\vec{l} \times \vec{B}$, momenty sił działające na ramkę z prądem w stałym jednorodnym polu magnetycznym, moment magnetyczny \vec{p}_m i jego jednostka, przykład: model planetarny atomu wodoru i związek jego momentu magnetycznego z momentem pędu, współczynnik giromagnetyczny, magneton Bohra i jego wartość, wypadkowy moment magnetyczny atomu wieloelektronowego w modelu planetarnym, podział substancji na diamagnetyki, paramagnetyki i ferromagnetyki, definicja namagnesowania (magnetyzacji) $\vec{M} = \sum \vec{p}_m / V$, jednostka namagnesowania [A/m], polaryzacja substancji w zewnętrznym polu magnetycznym \vec{H} , indukcja magnetyczna "wewnętrzna", indukcja magnetyczna wypadkowa $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$, liniowy magnetyk $\vec{M} = \chi \vec{H}$, stąd mamy $\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H} = \mu \vec{H}$, gdzie χ podatność magnetyczna, μ_r przenikalność magnetyczna względna, μ przenikalność magnetyczna ośrodka, paramagnetyk $\chi > 0$, diamagnetyk $\chi < 0$, histereza magnetyczna, pozostałość magnetyczna, pole koercji, gęstość energii i praca przemagnesowania, c.dn.

10.2 Pokazy

I Pole magnetyczne od magnesów trwałych: a. linie pola magnetycznego od magnesów E-89 b. nierozdziel-

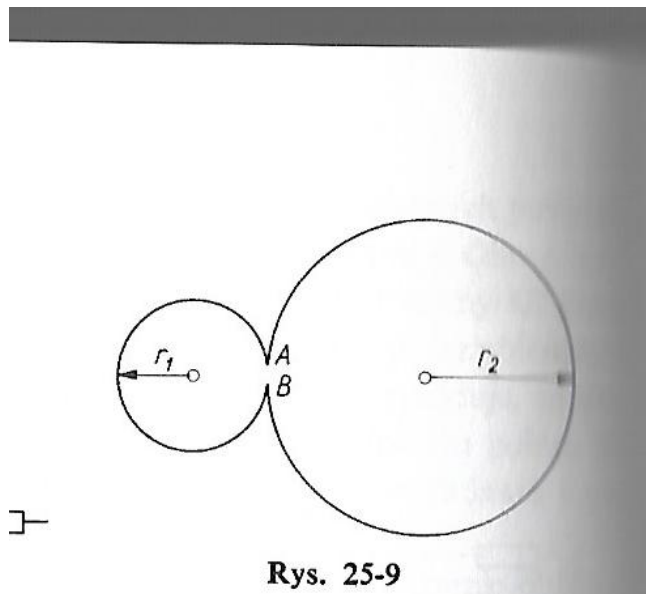
ność biegunów magnetycznych E-91 c. indukcja magnetyczna E-90;

II Pole magnetyczne od przewodników z prądem: a. doświadczenie Oersteda E-49 (2) oraz E-106 b. linie pola magnetycznego wokół przewodnika z prądem E-107 c. prawo Biota-Savarta E-108;

III magnesy - elektromagnesy: E-11, E-112, E-113.

10.3 Zadania na ćwiczenia

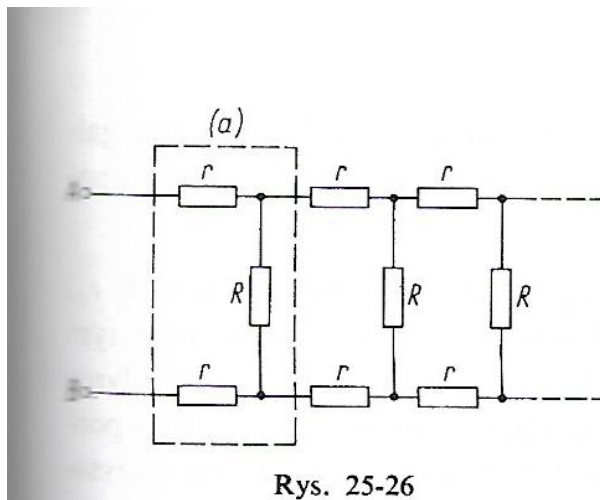
1. *Prawo Ohma, oporność właściwa* - Z dwóch żelaznych przewodów utworzono okręgi o promieniach $r_1 = 10\text{cm}$ i $r_2 = 20\text{cm}$ i połączono jak na rysunku 6. Źródło napięcia wytwarza między A i B napięcie $U = 0,01\text{V}$. Jakie przekroje powinny mieć przewody, by w każdym z nich płynął prąd o natężeniu $I = 1\text{mA}$? Obliczyć opór między punktami A i B. Opór właściwy żelaza wynosi $\rho_w = 10^{-7}\Omega\text{cm}$.



Rys. 25-9

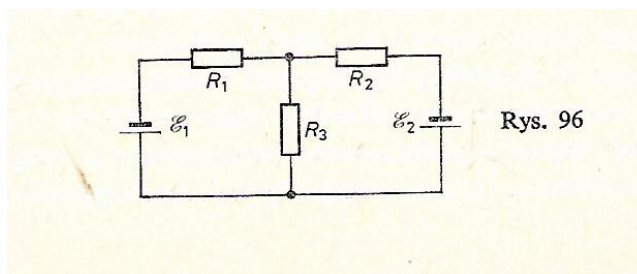
Rysunek 6:

2. Na rysunku 7 przedstawiono nieskończony układ oporników podłączonych do zacisków A i B. Obliczyć opór zastępczy tego układu.
3. *Prawo Joule's w obwodach z prądem stałym* - Dwie grzałki o mocach $P_1 = 400\text{W}$ i $P_2 = 500\text{W}$ na napięcie $U = 110\text{V}$ połączono szeregowo. Jaki opornik R należy dołączyć szeregowo do grzałek, by można je było bezpiecznie włączyć do sieci o napięciu $2U = 220\text{V}$?
4. W układzie na rysunku 8 siły SEM wynoszą $\mathcal{E}_1 = 5\text{V}$ i $\mathcal{E}_2 = 4\text{V}$, a ich opory wewnętrzne $r_1 = 1\Omega$ i $r_2 = 0,7\Omega$. Opór $R_1 = 3\Omega$. Jak należy dobrać pozostałe opory, aby nie płynął prąd przez źródło \mathcal{E}_2 ? Czy przy tak dobranych oporach usunięcie z układu jednego lub obu elementów przez które nie płynie prąd (R_2 i \mathcal{E}_2), spowoduje zmianę natężenia prądu płynącego przez \mathcal{E}_1 ?



Rys. 25-26

Rysunek 7:

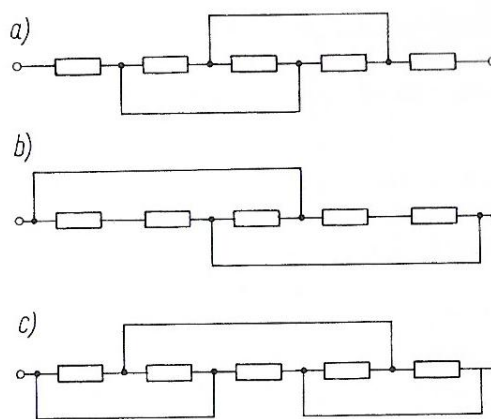


Rys. 96

Rysunek 8:

10.4 Zadania domowe

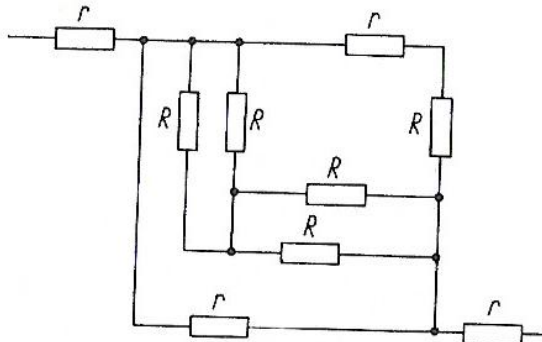
1. Obliczyć opór zastępczy R_z układu pięciu oporników połączonych jak na rysunkach 9 a, b, i c, jeżeli każdy z oporników ma opór R .



Rys. 25-5

Rysunek 9:

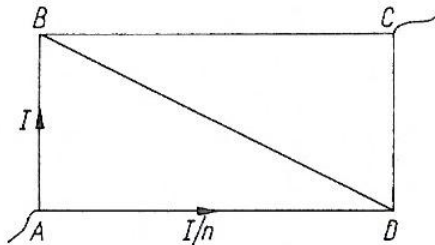
2. Obliczyć opór zastępczy R_z układu oporników na rysunku 10, jeżeli oporniki mają opory $r = 1\Omega$ i $R = 2\Omega$.
3. Z drutu oporowego utworzono prostokąt z jedną



Rys. 25-8

Rysunek 10:

przekątną jak na rysunku 11. Po przyłączeniu źródła prądu do A i C przez krótsze boki prostokąta płynie prąd o natężeniu $I = 1mA$, przez dłuższe zaś prąd o natężeniu $n = 9/8$ razy mniejszym, a spadek napięcia między B i D wynosi $U = 5V$. Obliczyć opór R między A i C oraz opory R_{AB} i R_{BC} boków prostokąta.



Rys. 25-10

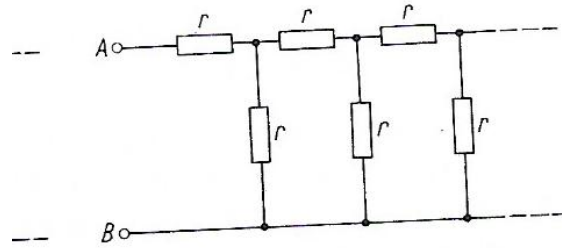
Rysunek 11:

4. Na rysunku 12 przedstawiono nieskończony układ oporników podłączonych do zacisków A i B. Obliczyć opór zastępczy tego układu.
5. Znaleźć natężenia prądów płynących przez źródła napięcia i przez opory w obwodach na rysunku 13. Opory wewnętrzne SEM zaniedbać.

11 Tydzień XI, 09-15/12/2019

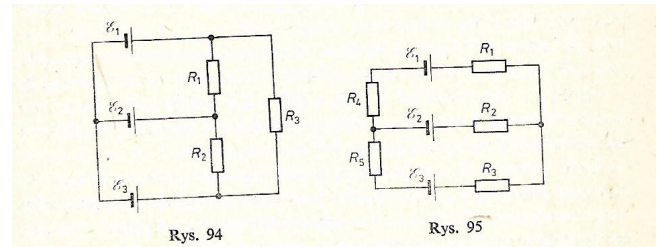
11.1 Wykład

&3. Pole magnetyczne - c.d., prawo Ampera $\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_i I_i$, gdzie I_i prądy przepływające przez kontur Γ , krążenie pola magnetycznego, prawo Ampera dla indukcji magnetycznej $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$, różniczkowa



Rys. 25-27

Rysunek 12:



Rys. 94

Rys. 95

Rysunek 13:

postać prawa Ampera $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}$ oraz $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$, definicja wektorowego potencjału magnetycznego $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, swoboda wyboru cechowania $\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} h$, $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}' = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, cechowanie Londona $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$, wymiar potencjału wektorowego $[A] = Vs/m = Wb/m$, strumień pola magnetycznego $\Phi_m = \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{\Gamma} \vec{A} \cdot d\vec{l}$, równanie Poissona dla potencjału wektorowego $\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}$, ogólne rozwiązanie dla przewodnika z prądem $\vec{A}(\vec{r}) = (\mu_0/4\pi) \int Id\vec{l}'/|\vec{r} - \vec{r}'|$, prawo Biota-Savarta $\vec{B} = (\mu_0 I/4\pi) \int d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')/|\vec{r} - \vec{r}'|^3$, ciekawostka: niezmiennik topologiczny Gaussa $4\pi n = \oint \oint d\vec{l} \cdot d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')/|\vec{r} - \vec{r}'|^3$, gdzie n jest krotnością zawinięcia jednej pętli w drugą,³ warunki zszycia dla indukcji magnetycznej i natężenia pola magnetycznego na granicy dwóch ośrodków, prawo załamania.

&4. Pole elektromagnetyczne - Doświadczenie Faradaya, względny ruch magnesu i cewki powoduje powstawanie SEM w obwodzie, siła elektromotoryczna indukcji, wyprowadzenie wzoru $\mathcal{E} = -d\Phi_m/dt$, siła elektromotoryczna indukcji jest konsekwencją siły Lorentza, cdn.

11.2 Pokazy

I. Działanie pola magnetycznego na przewodnik z prądem: ruch przewodnika z prądem w polu magnetycznym E-118, odchylenie pręta w polu magnetycznym E-119, rotacja przewodnika w polu magnetycznym E-121, model działania galwanometru z ruchomą zwojnicą E-125, model silnika elektrycznego E-126.

II. Działanie wzajemne przewodników z prądem: oddziaływanie przewodników równoległych E-127, przy-

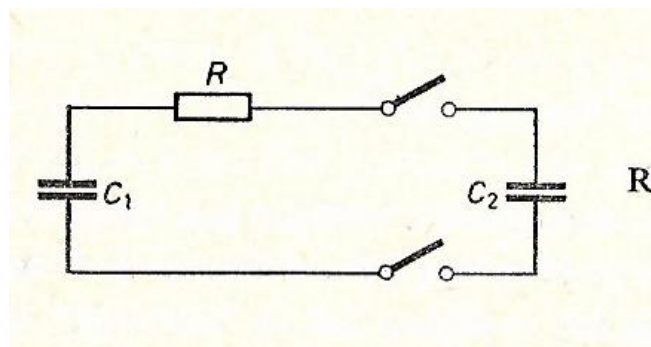
³A.C. Hirshfeld, Am. J. Phys. 66, 1060 (1998).

ciąganie wzajemne zwojów spirali E-128, stolik Ampera E-129, wzajemne działanie dwóch zwojnic E-130.

11.3 Zadania na ćwiczenia

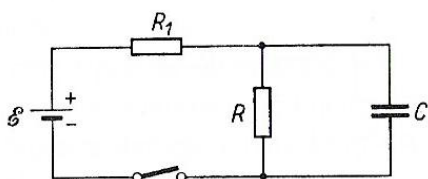
Proszę przypomnieć studentom o najbliższym koloquium.

1. *Prądy zmienne w czasie, rozładowywanie kondensatora* - W układzie przedstawionym na rysunku 14 kondensatory C_1 i C_2 zostały naładowane ładunkami Q_1 i Q_2 . Jak będzie zmieniać się w czasie natężenie prądu płynącego przez opornik R po równoczesnym zamknięciu obu kluczy? Jaka energia wyzwoli się na oporniku?



Rysunek 14:

2. *Obwód z kondensatorem i SEM* - Znaleźć zależność od czasu natężenia prądu płynącego przez opór R i ładunku na kondensatorze w obrodzie na rysunku 15, gdy w chwili $t = 0$ zamknięto klucz.



Rys. 73

Rysunek 15:

3. *Prawo Joule's w obwodzie z kondensatorem* - Okładki naładowanego kondensatora zostały zwarte opornikiem o regulowanej oporności. Jak powinien zmieniać się opór, aby prąd rozładowania kondensatora był stały? Ile ciepła wydzieli się na oporniku od chwili początkowej aż do całkowitego rozładowania kondensatora?
4. *Siła Lorentza* - W wielkim zderzaczu LHC w CERN protony rozpędzone do energii 7 TeV poruszają się w tunelu o długości 27 km . Przyjmując, że tunel ma kształt okręgu znaleźć wartość indukcji pola magnetycznego B , jaka jest potrzebna

do takiego zakrzywienia toru ruchu. Porównać tę wartość do wartości indukcji magnetycznej Ziemi. Przy okazji omówić jakościowo zasadę działania akceleratora cząstek. Jakie pole zakrzywia tor ruchu, a jakie napędza cząstki do coraz to większych prędkości, i jak to jest realizowane?

5. Obliczyć skok linii śrubowej, po której porusza się proton, wlatujący w stałe i jednorodne pole magnetyczne o indukcji \vec{B} z prędkością \vec{v} skierowaną pod kątem α do linii pola magnetycznego. Jaka jest częstość cyklotronowa i zinterpretować jej znaczenie oraz sprawdzić jednostki.
6. Wektor natężenia pola elektrycznego \vec{E} skierowany jest wzdłuż osi z , a wektor indukcji magnetycznej \vec{B} wzdłuż osi x . Elektron o ładunku $-e$ i masie m_e w chwili $t = 0$ spoczywa w początku układu współrzędnych. Wyznaczyć tor ruchu cząstki i go omówić. Jak zmieni się tor ruchu, gdyby cząstką był proton? Porównać częstości cyklotronowe dla elektronu i protonu. Powiązać problem w tym zadaniu z klasycznym efektem Halla dla prądu elektronów, omówionym na wykładzie.

11.4 Zadania domowe

1. Okładki naładowanego kondensatora zostały zwarte opornikiem R . Pojemność kondensatora była regulowana w taki sposób, aby natężenie prądu rozładowania było stałe. Ponieważ różnica potencjałów między okładkami kondensatora jest równa spadkowi napięcia na oporniku, więc przy $I = \text{const.}$ na podstawie prawa Ohma wnioskujemy, że w opisanej sytuacji rozładowanie następuje przy $U = \text{const.}$. Energia jaka wydzieli się na oporniku, jest więc równa $UIt = UQ$, gdzie t jest to czas rozładowania, a Q ładunek jaki przepłynął w czasie t . Z drugiej strony, w chwili początkowej energia kondensatora wynosiła $UQ/2$. Skąd wzięła się nadwyżka energii wydzielonej na oporniku?
2. Proton i elektron wpadają pod tym samym kątem w jednorodne i stałe pole magnetyczne. Obliczyć stosunek promieni linii śrubowych, po których porusza się proton i elektron w przypadku gdy: 1) elektron i proton są rozpędzane w polu elektrycznym o takiej samej co do wartości różnicy potencjałów, 2) elektron i proton wpadają w pole magnetyczne z takimi samymi prędkościami. Skąd wynika różnica?
3. W jednorodnym i stałym polu magnetycznym z tego samego punktu wylatują dwie identyczne cząstki z takimi samymi prędkościami lecz różnie skierowanymi. Prędkość pierwszej cząstki tworzy kąt ostry α , a drugiej cząstki kąt ostry β . W jakim najkrótszym czasie t_{\min} po pierwszej cząstce powinna wylecieć cząstka druga, aby nastąpiło zderzenie, jeśli kąty α i β leżą w jednej płaszczyźnie w chwili początkowej. Okres obiegu cząstki wynosi T . Znaleźć wartość t_{\min} dla $\alpha = \arccos 0.6$, $\beta = \arccos 0.8$ oraz $T = 10^{-5} \text{ s}$.

12 Tydzień XII, 16-22/12/2019

12.1 Wykład

&4. Pole elektromagnetyczne - cd., energia w zjawisku indukcji elektromagnetycznej, prawo Ohma z SEM indukcji elektromagnetycznej, reguła Lenza i jej manifestacja w różnych sytuacjach, różniczkowe prawo Faradaya, prawo Faradaya za pomocą potencjałów, indukcyjność obwodu, współczynnik samoindukcji (indukcji własnej) L , prawo Faradaya dla samoindukcji $\mathcal{E} = -LdI/dt$, przykład: obwód RL, indukcja wzajemna, współczynnik indukcji wzajemnej, energia magnetyczna w układach z indukcją magnetyczną, energia magnetyczna wyrażona za pomocą pól \vec{A} , \vec{B} i \vec{H} , gęstość energii pola magnetycznego, prąd przesunięcia Maxwella $\vec{j}_P = \partial\vec{D}/\partial t$, uogólnienie prawa Ampera na przypadek prądów zmiennych w czasie.

&5. Równania Maxwella - Pełna postać równań Maxwella w postaci całkowej

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q,$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0,$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt} + \sum_i \mathcal{E}_{zew}^{(i)},$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{d\Phi_e}{dt} + \sum_i I_i,$$

i różniczkowej

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_e,$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0,$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

prawa uzupełniające

$$\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M},$$

prawo Ohma

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

gęstość energii pola elektromagnetycznego

$$\rho_E = \frac{1}{2}(\vec{D} \cdot \vec{E} + \vec{B} \cdot \vec{H}),$$

streszczenie znaczenia tych praw.

III. Drgania w obwodach elektrycznych i fale elektromagnetyczne

&1. Drgania elektryczne w układzie LC - definicja układu LC jakościowe omówienie dlaczego pojawia się oscylacja ładunku na kondensatorze, II prawo Kirchhoffa dla obwodu LC i jego rozwiązanie, częstość drgań własnych $\omega = 1/\sqrt{LC}$, okres drgań własnych $T = 2\pi\sqrt{LC}$, cdn.

12.2 Pokazy

1. Otrzymywanie prądów indukcyjnych: Ruch wzajemny zwojniczy i magnesu E-144, Ruch wzajemny dwóch zwojniczy E-145, lub E-146, lub E-147.

2. Reguła Lenza: Odpychanie i przyciąganie pierścienia E-149, Wciągani i wyciąganie magnesu ze zwojniczy E-150.

3. Zjawisko samoindukcji: Prądy samoindukcji przy zamykaniu i otwieraniu obwodu E-152, Wartość siły elektromagnetycznej samoindukcji E-153.

4. Prądy wirowe w bryłach metalicznych: Hamowanie wychyleń wahadła E-155, Hamowanie wirującej tarczy E-156, Spadanie monety między biegunami elektromagnesu E-157, Ogrzewanie brył metalicznych przez prądy wirowe E-159.

12.3 Zadania na ćwiczenia

1. Prawo Ampera i prawo Biot-Savarta - Z prawa Ampera znaleźć natężenie pola magnetycznego w odległości r od nieskończenie długiego i nieskończenie cienkiego przewodnika prostoliniowego, przez który płynie prąd o natężeniu I . Z prawa Biot-Savarta wyznaczyć indukcję pola magnetycznego oraz sprawdzić jednostki w obu przypadkach.
2. Siła Ampera - Znaleźć siłę na jednostkę długości z jaką oddziałują dwa nieskończone przewodniki równoległe do siebie i oddalone o odległość d jeśli płyną w nich prądy I_1 i I_2 . Czy siła działająca na jeden z nich może być większa?
3. Znaleźć natężenie pola magnetycznego w odległości r od nieskończenie długiego przewodnika prostoliniowego o przekroju kołowym o promieniu a , przez który płynie prąd o natężeniu I .
4. Wyznaczyć natężenie pola magnetycznego w punkcie leżącym na prostej przechodzącej przez środek okręgu utworzonego z przewodnika, prostopadłej do płaszczyzny wyznaczonej przez okrąg. Promień okręgu wynosi R , a przez przewodnik płynie prąd o natężeniu I .
5. Po płaszczyźnie XY płynie prąd o gęstości $\vec{\sigma} = \sigma_0 \vec{e}_x$. Znaleźć indukcję pola magnetycznego wokół płaszczyzny.
6. Znaleźć natężenie pola magnetycznego w solenoidzie mającym n zwojów na jednostkę długości, przez który płynie prąd o natężeniu I .

12.4 Zadania domowe

1. Prąd stały i natężeniu I płynie wzdłuż długiego przewodnika w kształcie walca o promieniu a . Znaleźć indukcję magnetyczną wewnątrz i na zewnątrz walca, jeśli: a) prąd płynie tylko po powierzchni walca, b) gęstość prądu jest proporcjonalna do odległości od osi walca.

- Przez cienką płaską próbkę rozciągającą się od $z = -a$ do $z = a$ płynie jednorodny prąd objętościowy o gęstości $\vec{j} = j_0 \vec{e}_x$. Znaleźć indukcję magnetyczną wewnątrz i na zewnątrz próbki.
- Przez dwa długie współosiowe solenoidy płyną prądy o tym samym natężeniu I , ale przeciwnie skierowane. Wewnętrzny solenoid o promieniu a ma n_a zwojów na jednostkę długości, a zewnętrzny solenoid o promieniu $b > a$ ma n_b zwojów na jednostkę długości. Znaleźć indukcję magnetyczną w całej przestrzeni.
- Przez dwa współśrodkowe półokręgi o promieniach R_1 i $R_2 < R_1$ płyną prądy o natężeniu I . Znaleźć długość wektora indukcji magnetycznej w środku tych okręgów, jeśli: a) półokręgi leżą w tej samej płaszczyźnie, b) półokręgi leżą w płaszczyznach wzajemnie do siebie prostopadłych. Jak pole będzie zależało od kierunku, w którą płyną prądy? Zaniedbujemy efekty związane ze sposobem doprowadzenia prądów do tych układów.

trycznych charakteryzujący się oporem, który zależy od wcześniejszego ładunku na tym elemencie.

13.2 Zadania na ćwiczenia

- Duży kondensator płaski o jednorodnym rozkładzie ładunków z gęstościami $\pm\sigma$ porusza się z prędkością v (skierowaną wzdłuż jednego z boków okładek). Znaleźć indukcję magnetyczną pomiędzy okładkami i na zewnątrz. Znaleźć siłę magnetyczną na jednostkę powierzchni, działającą na górną okładkę. Przy jakiej wartości prędkości siła ta zrównoważy siłę elektryczną?
- Znaleźć potencjał wektorowy nieskończonego solenoidu o n zwojach na jednostkę długości i promieniu R , przez który płynie prąd o natężeniu I . Wyznaczyć indukcje magnetyczną w całej przestrzeni. Wskazać, że klasycznie jedynie indukcja magnetyczna, a nie potencjał wektorowy, jest możliwy do obserwacji. W mechanice kwantowej będzie inaczej.

13 Tydzień XIII, 6-12/01/2020

13.1 Wykład

&1. *Drgania elektryczne w układzie LC* - cd., energia obwodu drgającego LC.

&2. *Drgania elektryczne z tłumieniem w obwodzie RLC* - definicja obwodu RLC, fizyczne źródło tłumienia w tym obwodzie, II prawo Kirchhoffa i jego rozwiązanie, logarytmiczny dekrement tłumienia, częstość drgań własnych, granice słabych tłumień, tłumień krytycznych i silnych tłumień.

&3. *Rezonans elektryczny w obwodzie szeregowym RLC* - obwód szeregowy RLC z sinusoidalnie zmienną SEM $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \Omega t$, II prawo Kirchhoffa i postać rozwiązania tego równania na ładunek na kondensatorze, prąd w obwodzie RLC, dyskusja zachowania się amplitudy natężenia prądu, warunek rezonansu elektrycznego, przesunięcie fazowe w funkcji częstości SEM, impedancja (opór pozorny), definicja oporu Ohmowego $R_R = R$, oporu indukcyjnego $R_L = \Omega L$ i oporu pojemnościowego $R_C = 1/\Omega C$, interpretacja prądów i spadków napięć w obwodzie szeregowym RLC, przesunięcia fazowe napięć na oporniku $U_R = RI$ o $\phi = 0$, cewce $U_L = -LdI/dt$ o $\phi = \pi/2$ i kondensatorze $U_C = (1/C) \int Idt$ o $\phi = -\pi/2$ względem płynącego zmiennego prądu, naszkicowanie metody wskazówek do rozwiązywania problemów obwodów z prądem zmiennym na przykładzie szeregowego i równoległego obwodu RLC, symetria relacji pomiędzy U , Φ_m , I i Q :

$$U = d\Phi_m/dt,$$

$$I = dQ/dt,$$

$$R = dU/dI,$$

$$L = d\Phi_m/dI,$$

$$C = dQ/dU,$$

$$M = d\Phi_m/dQ,$$

oraz idea istnienia memystoru - opornik z pamięcią $M(Q)$, czwarty nieliniowy element układów elek-

13.3 Zadania domowe

- Dwie nieskończone linie proste, naładowane gęstością liniową λ każda, oddalone od siebie o d , poruszają się ze stałą prędkością v równoległą do linii. Jak duża musi być prędkość v aby zrównoważyć siłę elektryczną?
- Nieskończony solenoid o liczbie zwojów n na jednostkę długości, przez który płynie prąd o natężeniu I wypełniony jest substancją o podatności magnetycznej χ . Znaleźć indukcję magnetyczną wewnątrz solenoidu.

14 Tydzień XIV, 13-19/01/2020

14.1 Wykład

&4. *Fale elektromagnetyczne* - heurystyczne omówienie konieczności istnienia fal elektromagnetycznych rozchodzących się w próżni jako konsekwencja równań Maxwella, wytwarzanie fal elektromagnetycznych, otwieranie obwodu RLC z sinusoidalnie zmienną SEM, wypromieniowywanie fali w antenie półfalowej, struktura fali elektromagnetycznej, prędkość rozchodzenia się fali elektromagnetycznej w próżni i w ośrodkach dielektrycznych i magnetycznych.

&5. *Teoria Maxwella fal elektromagnetycznych* - wyprowadzenia równań falowych dla pól w postaci $\vec{E} = \vec{E}(y, t)$ oraz $\vec{H} = \vec{H}(y, t)$

$$\frac{\partial^2 E_z(y, t)}{\partial y^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_z(y, t)}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial^2 H_x(y, t)}{\partial y^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_x(y, t)}{\partial t^2},$$

gdzie $v = 1/\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}$, dygresja na temat równania falowego i własności jego rozwiązań oraz wielkości opisujące fale płaskie: okres, częstość, częstotliwość,

liczba (wektor) falowy, długość fali, rozwiązanie równań falowych dla pól elektromagnetycznych $E_z(y, t) = E_0 \sin(ky - \omega t)$ i $H_x(y, t) = H_0 \sin(ky - \omega t)$, sens stałych k i ω , związek pomiędzy polem E i polem H , opór falowy ośrodka, gęstość energii fali płaskiej ρ_E , strumień mocy fali, gęstość strumienia energii $S = \rho_E c$, wektor Poyntinga, wektor Poyntinga dla fal płaskich, zasada zachowania energii i równanie ciągłości dla energii, wektor Poyntinga w postaci $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ z, średnia po okresie gęstość energii pola elektromagnetycznego, średnia po okresie wektora Poyntinga, natężenie promieniowania, pęd fali elektromagnetycznej, wyprowadzenie wzoru na pęd, ciśnienie promieniowania dla podłoża doskonale pochłaniającego i całkowicie odbijającego, cdn.

14.2 Pokazy

A. Samoindukcja:

1. SEM samoindukcji E-152 lub 153,
2. bezwładność prądu w układzie RL E-154.

B. Prądy zmienne:

1. generatory prądów zmiennych E-161, E-162 lub co jest dostępne na pracowni aby omówić ideę,
2. przebieg prądów zmiennych, oscyloskop E-166,
3. opór indukcyjny w układzie RL E-166,
4. opór pojemnościowy w układzie RC E-167 lub E-168,
5. rezonans w układzie LC E-169, E-170, E-171 lub E-172,
6. przesunięcie w fazie E-174,
7. transformator E-176, E-177 lub E-178,
8. drgania tłumione W-27 lub W-28.

14.3 Zadania na ćwiczenia

1. a) Sfera o promieniu R , jednorodnie naładowana z gęstością powierzchniową σ , obraca się ze stałą prędkością kątową $\vec{\omega}$. Znaleźć potencjał wektorowy w całej przestrzeni. Stąd wyznaczyć indukcję magnetyczną. b) Znaleźć pole magnetyczne jednorodnie namagnesowanej kuli. W obu przypadkach dostajemy pole dipola magnetycznego. Omówić jakościowo, podając gotowe wyniki całek.
2. Przez długi metalowy pręt o promieniu R płynie prąd o natężeniu I . Znaleźć natężenie pola magnetycznego, indukcję magnetyczną i magnetyzację wewnątrz i na zewnątrz pręta. Podatność magnetyczna χ jest dana. Sprawdzić warunki brzegowe na powierzchni pręta. Sprawdzić jednostki.
3. Metalowy dysk o promieniu a obraca się z prędkością kątową ω wokół pionowej osi w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji \vec{B} skierowanym ku górze. Obwód elektryczny zamyka opornik R połączony z jednej strony z osią, na której obraca się dysk, a z drugiej z ruchomym kontaktem ślizgającym się na brzegu dysku. Znaleźć natężenie prądu płynącego przez opornik. Wyjaśnić fizyczne pochodzenie SEM.

14.4 Zadania domowe

1. Wyjaśnić pochodzenie pola elektrycznego i magnetycznego wewnątrz wirującego dysku nadprzewodzącego (oporność właściwa $\rho = 0$, a podatność magnetyczna $\chi = -1$) jako skutek odpowiednio siły odśrodkowej i siły Coriolisa.⁴

15 Tydzień XV, 20-26/01/2020

15.1 Wykład

&5. *Teoria Maxwella fal elektromagnetycznych* - cd., fotometria, definicje natężenia światła, jednostki kandela, strumienia świetlnego, jednostki lumen, luminacji oraz oświetlenia powierzchni i jednostki luks.

&6. *Fale elektromagnetyczne w ośrodkach* - ogólne równania falowe dla pól elektrycznych i magnetycznych, prędkość rozchodzenia się fali w ośrodku $v = c/n$, współczynnik załamania $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$, warunki brzegowe dla pól na granicy dwóch ośrodków o różnych współczynnikach załamania, odbicie i przejście fali elektromagnetycznej przy padaniu prostopadłym, współczynnik przejścia T i odbicia R , zasada zachowania $R+T = 1$, cdn.

15.2 Pokazy

Własności falowe promieniowania elektromagnetycznego:

1. odbicie fal W-42,
2. załamanie fal w dielektrykach W-43,
3. interferencja fal W-44,
4. polaryzacja fal W-45,
5. fale stojące W-46 lub W-49 lub W-52,
6. długość fali w dielektryku W-50,
7. załamanie fali,
8. prędkość światła,
9. widmo światła, pryzmat,
10. wiatraczek do pokazu ciśnienia fali elektromagnetycznej.

15.3 Zadania na ćwiczenia

1. *Obwód RLC* - W obwodzie RLC (szeregowo włączone są opornik, kondensator i cewka indukcyjna) sformułować i rozwiązać równanie II prawa Kirchhoffa dla obszaru parametrów, w którym występują oscylacje $R^2/4L < 1/C$. Sprawdzić jednostki występujących stałych. Ze znalezionej funkcji $q(t)$ opisującej ładunek na okładce kondensatora znaleźć natężenie prądu w układzie oraz spadek napięcia na oporniku. Omówić zmianę energii układu w czasie, tj. przemianę energii elektrycznej w magnetyczną oraz zanik całkowitej energii pola elektromagnetycznego. (Problem wyznaczenia $q(t)$ zrobiłem na tablicy na wykładzie więc jeśli studenci ten etap mają opanowany to wystarczy go streścić).

⁴R.G. Rystephanick, Am. J. Phys. **44**, 647 (1976).

2. *Obwód LRC z SEM* Źródło sinusoidalnie zmiennej SEM o częstotliwości ω oraz opornik, kondensator i cewka indukcyjna połączone są równoległe, rysunek 16c w zadaniach domowych. Wyznaczyć wartość impedancji tego układu. Narysować jej moduł w zależności od częstotliwości.

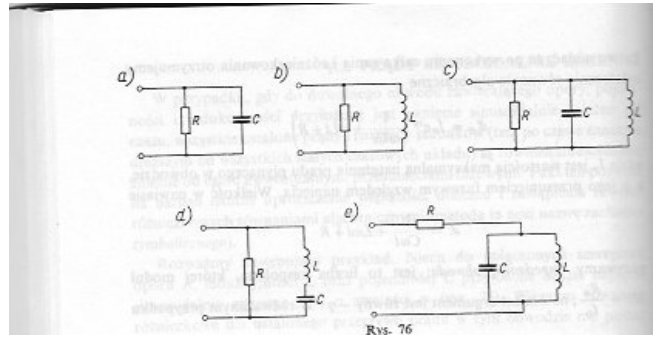
3. *Fale elektromagnetyczne* Na wykładzie wyprowadziliśmy równania falowe na pole elektryczne i magnetyczne które mogą zależeć od (y, t) , patrz układ XIV. Pokazać, że pola $E_z(y, t) = E_0 \sin(k_1 y \pm \omega_1 t + \phi_1)$ oraz $H_x(y, t) = H_0 \sin(k_2 y \pm \omega_2 t + \phi_2)$ są rozwiązaniami tych równań falowych. Zauważyć, że analogiczne rozwiązania można zapisać za pomocą funkcji kosinus $\cos(ky \pm \omega t + \phi)$ lub funkcji wykładniczych $e^{i(ky \pm \omega t + \phi)}$. Pokazać z równań Maxwella, że parametry $k_1 = k_2$, $\omega_1 = \omega_2$ i $\phi_1 = \phi_2$. Omówić jak wygląda przebieg tych funkcji: zmiana pola w czasie w ustalonym punkcie y , zmiana położenia w czasie punktu o ustalonej fazie. Jakie jest znaczenie wielkości k , ω i ϕ ? Jaka jest prędkość fazowa fali przy ustalonym k i ω ? Jaka jest długość i okres fali przy ustalonym k i ω ? Sprawdzić jednostki.

4. *Fale elektromagnetyczne - przykład liczbowy* Płaska fala elektromagnetyczna o długości 12m rozchodzi się w próżni w kierunku osi x . Obliczyć natężenie pola elektrycznego tej fali w punkcie $x = 4m$, jeśli wiadomo, że w tej samej chwili pole elektryczne osiąga swą największą wartość równa 14V/m w punkcie $x_0 = 5m$. Jakie są wartości natężenia pola magnetycznego w tych dwóch punktach?

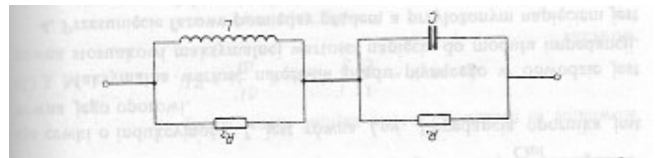
5. *Światłość czyli jak kupować żarówki* - Żarówka elektryczna ma moc $P = 400W$. Wiedząc, że sprawność świetlna żarówki (to znaczy stosunek strumienia światła wysyłanego przez żarówkę do mocy tej żarówki) wynosi $\eta = 0,1lm/W$, obliczyć światłość żarówki. Zakładamy, że żarówka promieniuje równomiernie we wszystkich kierunkach. Podać typowe parametry jakie można znaleźć na opakowaniu żarówek i wyjaśnić ich znaczenie. Wsk. przypomnieć co to są kandela, lumen i steradian.

15.4 Zadania domowe

1. Znaleźć wartość impedancji i narysować zależność jej modułu od częstotliwości dla obwodów przedstawionych na rysunku 16 (poza przypadkiem c, który był omówiony na ćwiczeniach).
2. Czy można tak dobrać wartości oporów R_1 i R_2 , aby impedancja obwodu na rysunku 17 była rzeczywista dla całego zakresu częstotliwości?
3. Pokazać, że całkowity strumień magnetyczny przechodzący przez powierzchnię otoczoną obwodem bezoporowym $R = 0$ nie może ulec zmianie. Wsk. Wyobrazić sobie nadprzewodzący pierścień w zewnętrznym polu magnetycznym i zbadać jaki jest wpływ zmiany zewnętrznego pola w czasie na natężenie prądu płynącego w pierścieniu.



Rysunek 16:



Rysunek 17:

4. *Transformator* - Nawijając na wspólnym rdzeniu ferromagnetycznym dwa uzwojenia o liczbach zwojów N_1 i N_2 , otrzymujemy transformator służący do zmiany napięcia i natężenia prądu zmiennego. Omówić zasadę działania tego urządzenia i wyprowadzić wzór na przekładnię transformatora. Podać przykłady zastosowań transformatorów w naszym otoczeniu.
5. *Obwód LR z SEM* - Rozważmy obwód RL (szeregowo połączony jest opornik z cewką indukcyjną) do którego włączono źródło stałej siły elektromotorycznej \mathcal{E} . Wyznaczyć zmianę prądu w przypadku gdy: a) zamykamy obwód, b) otwieramy obwód. Dlaczego w rzeczywistych układach prąd nie zmienia się skokowo?
6. Z równań Maxwella bez ładunków i prądów wyprowadzić równania falowe w ogólnej postaci

$$\nabla^2 \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r \mu_r \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2},$$

$$\nabla^2 \vec{H} = \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r \mu_r \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}.$$

Pokazać, że równania z zadania 3 z ćwiczeń są szczególnym przypadkiem. Wyprowadzić wyrażenie na prędkość fali $v = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r \mu_r}$ i sprawdzić jednostki. Jak wyniki te wyglądają w próżni? Wsk. $\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \Delta \vec{A}$ oraz w próżni $\nabla \cdot \vec{A} = 0$, gdzie $\vec{A} = \vec{E}$ lub \vec{H} .

7. *Strumień energii i pęd fali elektromagnetycznej* - Natężenie światła słonecznego padającego na powierzchnię Ziemi wynosi około $1300W/m^2$. Jakie ciśnienie wywiera światło na powierzchnię Ziemi, jeśli ta całkowicie je pochłania? Jak zmieni się wynik, gdy powierzchnia jest całkowicie odbijająca? Jaką część ciśnienia atmosferycznego stanowi to ciśnienie? Sprawdzić jednostki. Wsk. Wektor Poyntinga, gęstość strumienia energii pola elektromagnetycznego, wektor natężenia promieniowania,

$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$, a gęstość pędu pola elektromagnetycznego $\vec{P} = \vec{S}/c^2$.

8. Żarówka 100W znajduje się 30cm nad stołem. Jakie jest natężenie światła na stole pionowo pod żarówką? Jakie jest ciśnienie promieniowania na stole pod żarówką gdy stół jest doskonale czarny i gdy jest doskonale odbijający. Podać wyniki w liczbach z jednostkami i porównać z typowym ciśnieniem atmosferycznym. Jaka musiałaby być moc żarówki aby ciśnienie promieniowania było porównywalne z ciśnieniem atmosferycznym?
9. Źródło światła zielonego o mocy 1W wywołuje wrażenie wzrokowe strumienia 685lm. Obliczyć energię przeniesioną w ciągu 60s, jeżeli wrażenie odpowiada strumieniowi 1370lm.
10. Światłość świecy w kierunku poziomym wynosi 1cd. W odległości 2m ustawiono pionowo płytę o powierzchni 2m². Zakładając, że rozkład promieniowania w kierunku tej powierzchni jest izotropowy oraz uwzględniając, że kąt bryłowy wyznaczony przez powierzchnię jest mały w porównaniu z pełnym kątem bryłowym, obliczyć strumień świetlny przez powierzchnię i jej oświetlenie.

16 Tydzień XVI, 27/01-02/02/2020

16.1 Wykład

&6. *Fale elektromagnetyczne w ośrodkach* - cd., odbicie i przejście fali przy padaniu ukośnym, trzy prawa: 1. wektory falowe fali padającej, odbitej i przechodzącej leżą na jednej płaszczyźnie, 2. kąt padania jest równy kątowi odbicia, 3. prawo załamania (Snella) $\sin \theta_T / \sin \theta_I = n_1 / n_2$, rozwiązania Fresnela i ich dyskusja, kąt Brewstera, całkowite wewnętrzne odbicie.

&7. *Interferencja fal elektromagnetycznych* - co to jest interferencja fal, prawo składania fal, przykład interferencji dla dwóch nieskończenie długich równoległych źródeł promieniowania, warunki na interferencję konstruktywną i destruktywną, fale spójne, źródła fal spójnych, interferometr Macha-Zehndera.

&8. *Dyfrakcja światła* - co to jest dyfrakcja, ugięcie światła na małych centrach rozpraszających, obraz dyfrakcyjny, zasada Huyghensa, rozwiązanie Fresnela dla dyfrakcji małym otworze, analiza obrazu dyfrakcyjnego, zależność dyfrakcji od wielkości szczeliny.

Literatura

- J. Ginter, *Elektromagnetyzm*
- * D.J. Griffiths, *Podstawy elektrodynamiki*⁵
- * D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy fizyki*, vol. 3 i 4
- * A. Januszajtis, *Fizyka dla politechnik*, vol. 2 i 3.
- * E.M. Purcell, *Elektryczność i magnetyzm*
- A.H. Piekara, *elektryczność i magnetyzm*
- * A.K. Wróblewski, J.A. Zakrzewski, *Wstęp do fizyki* tom 2, cz.2

Zadania

- * A. Henel, W. Szuszkiewicz, *Zadania i problemy z fizyki*, cz. 2
- W.W. Batygin, I.N. Toptygin, *Zbiór zadań z elektrodynamiki*
- J. Jędrzejewski, W. Kruczek, A. Kujawski, *Zbiór zadań z fizyki*, vol. 1 i 2.

Inne

- A. Blinowska, A. Blinowski, W. Gorzkowski, *Fale, cząstki, atomy*
- T. Dryński, *Doświadczenia pokazowe z fizyki*
- D. Fleisch, *A student guide to Maxwell's equations*
- J. Gaj, *Elektryczność i magnetyzm*
- W. Gorzkowski, A. Szymacha, *Pola i ruch*
- B.K. Poczelin, *Analiza wektorowa dla inżynierów*
- M. Gewert, Z. Skoczyła, *Elementy analizy wektorowej - Teoria, przykłady, zadania*

⁵Pozycje oznaczone * są podstawowe.