

# Nadpłynne kryształy

## (Supersolids)

Krzysztof Byczuk

*EKM, Instytut Fizyki, Uniwersytet Augsburgski, 86-135 Augsburg, Niemcy*

oraz

*Instytut Fizyki Teoretycznej, Uniwersytet Warszawski, ul. Hoża 69, 00-681  
Warszawa, Polska*

### Abstract

*Supersolid is a state of matter where both diagonal and off-diagonal long range orders are present. Physically it means that supersolid possesses the long range positional order of a crystal but it responds to movement like a superfluid, i.e. it flows without viscosity. In other words, the supersolid supports both the shear wave of the crystal and the superflow. We provide here pedagogical introduction into the theory of the supersolid and summarize a current state of the art in the experiment.*

### Wstęp

W wielu filmach pojawiają się sceny, w których bohaterowie lub materialne przedmioty przenikają przez betonowe i kamienne ściany. W tym czasie ani ściana ani osoba lub przedmiot nie ulegają zniszczeniu lub trwałej deformacji. Czy to jest możliwe z punktu widzenia praw fizyki, aby jedno ciało stałe przenikało bez tarcia przez inne? Okazuje się, że w jakimś sensie odpowiedź może być pozytywna. W ostatnich doświadczeniach [1-4] dwóch badaczy Eun-Seong Kim oraz Moses Chan z Uniwersytetu w Pensylwanii w USA obserwowali mniejszy moment bezwładności krystalicznego helu  $^4\text{He}$  tak, jakby pewna część kryształu pozostawała w spoczynku, podczas gdy reszta się obraca. Jednocześnie nie pojawia się wydzielanie ciepła, czyli jeden podukład przenika przez drugi bez tarcia. Taki stan ciała stałego nazywamy nadpłynnym, w analogii do stanu nadpłynności  $^4\text{He}$ . Jednakże w obecnej sytuacji układ nadal pozostaje w stałym stanie skupienia. W języku angielskim ten stan

termodynamiczny nazywamy *supersolid* (w analogii do *superconductor*, czyli nadprzewodnik, lub *superfluid*, czyli nadpłynny). W języku polskim przetłumaczylibyśmy supersolid jak nadciało stałe (co nie brzmi zadowolająco) lub po prostu *nadpłynne ciało stałe* czy *nadpłynny kryształ*. Tą ostatnią nazwą będziemy posługiwali się w tym artykule.

## Klasyczne stany skupienia materii

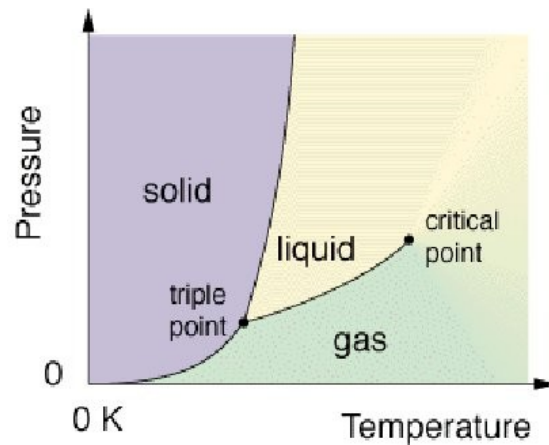
Już w gimnazjum uczymy, że materia występuje w trzech stanach skupienia: gazowym, ciekłym i stałym. Stan gazowy jest nieuporządkowany, atomy lub cząsteczki wypełniają całą dostępną objętość. W położeniu cząsteczek nie występują żadne korelacje przestrzenne. Ciecz przyjmuje kształt naczynia, w którym się znajduje i oddzielona jest od powietrza powierzchnią. Atomy i cząsteczki w cieczy też poruszają się chaotycznie, lecz ich położenie wykazuje pewne korelacje na małych odległościach. Wreszcie ciała stałe zachowują swój kształt poza naczyniem i są sztywne. Atomy je tworzące są uporządkowane. W kryształach położenia atomów są ze sobą skorelowane, czyli pozostają we wzajemnej zależności na dowolnie dużych odległościach.

Wielkością opisującą te stany skupienia jest funkcja korelacji gęstość – gęstość  $\langle \rho(r_1)\rho(r_2) \rangle$ , gdzie  $\rho(r)$  jest gęstością cząsteczek w punkcie  $r$ , a nawiasy  $\langle \rangle$  oznaczają średnią względem odpowiedniego zespołu statystycznego. Dla gazów i cieczy funkcja korelacji gęstość – gęstość znika gdy odległość  $|r_1 - r_2| \rightarrow \infty$ . W położeniu cząsteczek nie istnieją korelacje na dużych odległościach. Natomiast w kryształach funkcja korelacji gęstość – gęstość jest stała gdy  $|r_1 - r_2| \rightarrow \infty$ , tzn.

$$\langle \rho(r_1)\rho(r_2) \rangle \xrightarrow{|r_1 - r_2| \rightarrow \infty} const.,$$

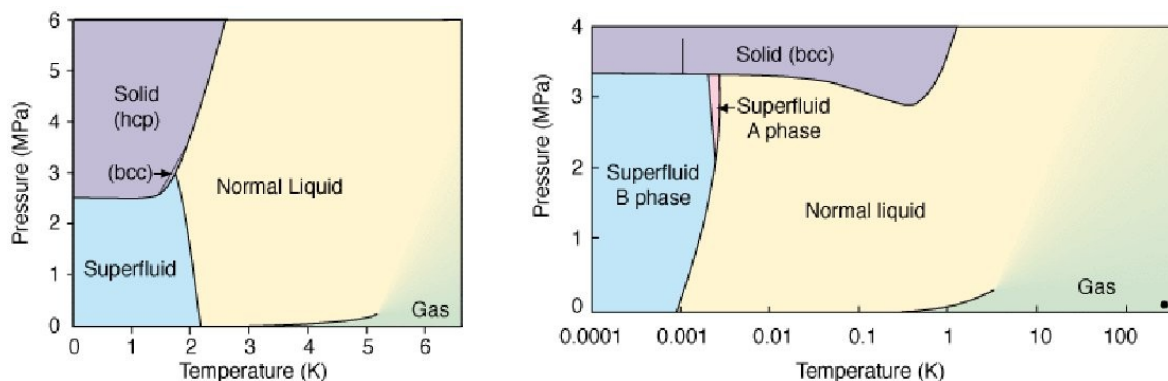
co oznacza, że w układzie występuje *uporządkowanie dalekiego zasięgu*. Makroskopowym przejawem istnienia uporządkowania dalekiego zasięgu jest pojawianie się *sztywności* układu. Zmiana położenia atomów w jednej części kryształu powoduje taką samą zmianę w całym układzie.

Często się zdarza, że dana substancja może występować w każdym z tych trzech stanów skupienia w zależności od warunków zewnętrznych (ciśnienie, objętość, temperatura). Powszechnie znanym przykładem jest  $H_2O$ , które występuje w postaci pary, cieczy (woda) oraz lodu (których postaci jest bardzo wiele). Standardowo przedstawiamy możliwe fazy substancji na diagramie fazowym, dla przykładu przypominamy diagram fazowy dla wody na rys.1.



Rys.1 Diagram fazowy dla wody.

Prawie wszystkie substancje w normalnym ciśnieniu i odpowiednio niskich temperaturach są ciałami stałymi. Prawie wszystkie, czyli wszystkie poza helum. Diagramy fazowe dla dwóch izotopów helu ( $^4\text{He}$  i  $^3\text{He}$ ) są wyjątkowe. W normalnym ciśnieniu aż do temperatury bezwzględnej zera hel pozostaje cieczą.



Rys.2 Diagramy fazowe dla izotopów helu: (a)  $^4\text{He}$ , (b)  $^3\text{He}$ .

## Kwantowe stany skupienia materii

W wyjaśnieniu klasycznych stanów skupienia materii mechanika kwantowa ingeruje w niewielkim stopniu. Jest potrzebna aby wyjaśnić mikroskopową naturę efektywnych sił oddziaływania pomiędzy atomami i cząsteczkami (wiązania kowalencyjne, jonowe, czy Van der Waalsa) oraz paradoks Gibbsa. Natomiast same atomy i cząsteczki są w zasadzie traktowane jak obiekty klasyczne i rozróżnialne.

W przypadku helu atomy są obiektami kwantowymi. Są nierozróżnialne i muszą być opisywane przez wielociałową funkcję falową o odpowiedniej symetrii ze względu na przestawianie zmiennych. W tym względzie dwa izotopy helu zachowują się inaczej. Izotop  $^4\text{He}$  posiada dwa neutrony, dwa protony i dwa

elektrony. W sumie zbudowany jest z parzystej liczby fermionów o połówkowym spinie co daje w efekcie bozon o spinie zero. Izotop  $^3\text{He}$  posiada tylko jeden neutron zamiast dwóch i w efekcie zbudowany jest z nieparzystej liczby fermionów o połówkowym spinie, będąc tym samym efektywnym fermionem. Gdy interesuje nas fizyka w niskich energiach (nie badamy budowy wewnętrznej izotopów helu) to wielociałowa funkcja falowa musi być parzysta dla  $^4\text{He}$ , jak dla bozonów, i nieparzysta dla  $^3\text{He}$ , jak dla fermionów. Mówimy, że w normalnym ciśnieniu hel jest *cieczą kwantową*.

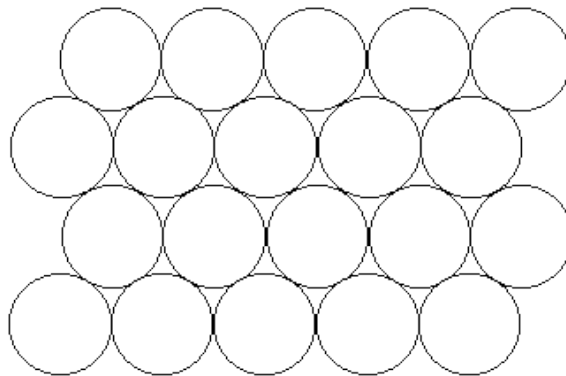
Dlaczego hel jest cieczą kwantową, a lit lub neon są już cieczami i kryształami klasycznymi? Wszystko zależy od stosunku termicznej długości fali de Broglie'a  $\lambda_{dB} = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$ , gdzie  $m$  oznacza masę, a  $k_B T$  bezwzględną temperaturę, do charakterystycznej długości oddziaływania między atomami lub po prostu typowej odległości między nimi  $d$ . Jeśli  $\lambda_{dB} \geq d$  to układ zachowuje się kwantowo gdyż funkcje falowe pojedynczych atomów się przekrywają. W przeciwnym wypadku z dobrym przybliżeniem układ można opisywać klasycznie. Widać, że jedynie lekkie atomy mogą być cieczami kwantowymi w temperaturach rzędu 1K.

W temperaturze skraplania helu  $T_c^{4\text{He}} \approx 4,2\text{K}$  długość fali de Broglie'a dla tego pierwiastka wynosi  $\lambda_{dB}^{4\text{He}} \approx 0,4\text{nm}$ , gdyż  $m_{4\text{He}} = 4$ . Typowa długość oddziaływania  $d_{4\text{He}} \approx 0,27\text{nm}$  jest więc mniejsza niż długość fali de Broglie'a czyli układ powinien zachowywać się kwantowo. Neon skrapla się w temperaturze 27K, a krystalizuje w 24K. Typowa długość fali de Broglie'a w tych temperaturach wynosi  $\lambda_{dB}^{\text{Ne}} \approx 0,07\text{nm}$  gdyż  $m_{\text{Ne}} = 20$ . Jest ona dużo mniejsza od typowej długości oddziaływania  $d_{\text{Ne}} \approx 0,3\text{nm}$  i dlatego układ zachowuje się klasycznie.<sup>1</sup>

Ciecze kwantowe w normalnym ciśnieniu pozostają płynne aż do temperatury zera bezwzględnego. Jest to konsekwencja kwantowości tych układów i związanej z tym zasady nieoznaczoności Heisenberga  $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$ . Im bardziej chcemy zlokalizować atomy w krystalicznych położeniach równowagi, zmniejszając nieokreśloność położenia  $\Delta x$ , tym większa jest nieokreśloność pędu  $\Delta p$ . Mówimy, że atomy wykonują drgania zerowe, których energia kinetyczna jest tym większa im są one lżejsze. Zasada nieoznaczoności uniemożliwia zlokalizowanie atomów helu w położeniach węzłów kryształu gdyż energia kinetyczna drgań zerowych jest większa niż energia przyciągania odpowiadająca minimum energii potencjalnej Van der Waalsa.

<sup>1</sup> Zauważmy, że kondensaty zimnych atomów pierwszej grupy układu okresowego też są układami kwantowymi, lecz trzeba pamiętać, że są one w stanie metastabilnym o dość długim czasie rozpadu z powodu bardzo małych gęstości. W stanie równowagi termodynamicznej atomy te jednak dążą do tworzenia molekuł i większych struktur. Hel jako pierwiastek o zamkniętej powłoce elektronowej pozostaje chemicznie obojętny.

W wysokich ciśnieniach hel staje się jednak ciałem stałym.  $^4\text{He}$  krystalizuje w strukturze heksagonalnej (hcp) gdy zewnętrzne ciśnienie jest większe niż 25atm.  $^3\text{He}$  potrzebuje jeszcze większego ciśnienia (jego atomy są lżejsze) i staje się kryształem o strukturze kubicznej objętościowo centrowanej (bcc) powyżej 30atm. Krystalizacja helu pod wysokim ciśnieniem przypomina uporządkowanie krystaliczne kul bilardowych. Gdy je ściskamy zaczynają one układać się w periodyczną strukturę. Podobnie jest z atomami helu, które gdy są blisko siebie odpychają się jakby posiadały twarde rdzenie. Niemniej jednak nawet w fazie stałej atomy helu wykonują drgania zerowe, których amplituda jest rzędu 30% stałej sieci. Dlatego krystaliczny hel należy do *kryształów kwantowych*.

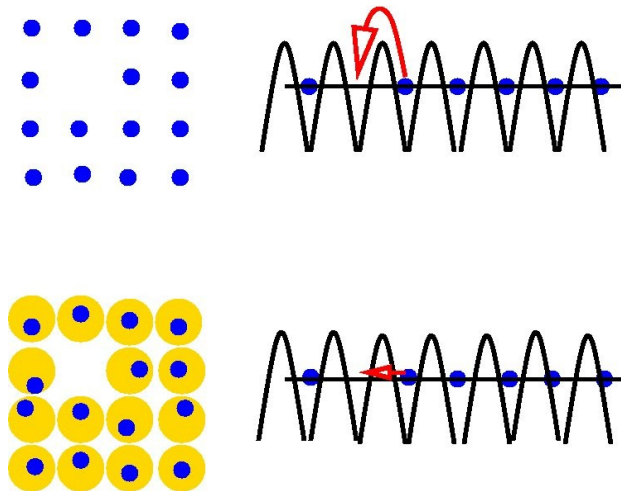


Rys. 3 Uporządkowanie krystaliczne helu przypomina gęste upakowanie kul bilardowych odpychających się siłami typu twardego rdzenia.

W kryształach klasycznych pojawiają się różnego rodzaju defekty: luki (brakujące atomy w węzłach sieci), domieszki innych atomów, dyslokacje i inne. Wyobraźmy sobie przez moment lukę (dziurę) w sieci krystalicznej. Aby luka ta mogła być wypełniona przez inny atom, z sąsiedniego węzła, musi ten atom zostać wzbudzony termicznie tak, aby pokonać barierę potencjału. Prawdopodobieństwo takiego procesu jest proporcjonalne do  $\propto \exp(-\Delta/k_B T)$ , gdzie  $\Delta$  jest energią aktywacji, a  $k_B T$  temperaturą w jednostkach energii. Widać, że im niższa temperatura tym prawdopodobieństwo takiego przeskoku jest mniejsze.

W kryształach kwantowych pojawia się też inna możliwość. Lekki atom może tunelować przez barierę potencjału, zgodnie z prawami mechaniki kwantowej. Tunelujący atom wypełnia lukę, ale w swoim poprzednim węźle sieci pozostawia nowe puste miejsce. Można wyobrazić sobie, że w kryształach kwantowych luka przemieszcza się z jednego węzła na inny. Innymi słowy, luka nie jest statyczna i może z tym samym prawdopodobieństwem znajdować się na różnych węzłach. Jeśli przez  $|R_i\rangle$  oznaczymy kwantowo – mechaniczny stan z luką w węźle kryształu opisanym wektorem  $R_i$ , to spójna liniowa superpozycja

tych stanów  $|k\rangle = \sum_i e^{ikR_i} |R_i\rangle$  opisuje koherentne jednocząstkowe wzbudzenie. Jest to kwazicząstka zwana *defektonem*. Energia  $E$  pojedynczego defektonu związana jest z wektorem falowym  $k$  poprzez relację dyspersji  $E_k^-$ , której postać zależy od rodzaju sieci oraz amplitud prawdopodobieństwa tunelowania dla pojedynczych atomów kwantowego kryształu. Inne rodzaje defektów w kryształach kwantowych mogą zachowywać się podobnie, tworząc odpowiednie kwazicząstki.



Rys. 4 Defekty i wzbudzenia w kryształach klasycznym, gdzie położenia atomów są dobrze określone i kwantowym, gdzie położenia atomów są rozmyte według zasady nieoznaczoności Heisenberga.

## Kondensacja Bosego – Einsteina i nadpłynne ciecze kwantowe

Izotop helu  $^4\text{He}$  poniżej 2,17K przechodzi w stan nadpłynny.<sup>2</sup> Nadpłynność nie jest pojedynczym zjawiskiem lecz raczej grupą zjawisk związanych z tym samym mikroskopowym mechanizmem, mianowicie istnieniem *pozadiagonalnego uporządkowania dalekiego zasięgowego* i *makroskopowej funkcji falowej*.

Zgodnie z ideą Einsteina, poniżej pewnej temperatury kondensacji makroskopowo duża liczba bozonów znajduje się w stanie kwantowym o najniższej energii. Jeśli ten stan energetyczny scharakteryzowany jest pędem  $k = 0$  to funkcja rozkładu cząstek w poszczególnych pędach ma postać

<sup>2</sup> Ciecz  $^3\text{He}$  staje się nadpłynna w temperaturach poniżej 2mK, a mikroskopowy mechanizm związany jest z tworzeniem się par Coopera i ich kondensacją podobnie jak w nadprzewodnikach.

$$n(k) = N_0 \delta_{k,0}^- + \dots,$$

gdzie  $N_0 \approx O(N)$  jest rzędu liczby bozonów w całym układzie. Stan kwantowy o najniższej energii jest obsadzony przez makroskopową liczbę cząstek, które tworzą *kondensat Bosego – Einsteina*. Gęstość kondensatu wynosi więc  $n_0 = N_0 / N$ . Opisany przypadek jest przykładem kondensacji w przestrzeni pędów.

Można ogólniej rozważać kondensację Bosego – Einsteina badając zachowanie się zredukowanej, jednocząstkowej macierzy gęstości [5]

$$\rho(r, r') = N \sum_n p_n \int dr_2 \dots dr_N \psi_n^*(r, r_2, \dots, r_N) \psi_n(r', r_2, \dots, r_N),$$

gdzie  $\psi_n(r, r_2, \dots, r_N)$  jest  $N$  – cząstkową funkcją falową układu w  $n$  – tym stanie kwantowym, a  $p_n$  określa prawdopodobieństwo znalezienia tego stanu z zespole statystycznym. Mówimy, że w układzie występuje kondensacja typu Bosego – Einsteina jeśli w rozkładzie spektralnym macierzy gęstości, tj.

$$\rho(r, r') = \sum_{\alpha} N_{\alpha} \chi_{\alpha}(r)^* \chi_{\alpha}(r'),$$

przynajmniej jedna wartość własna  $N_{\alpha}$  jest wielkością makroskopową rzędu liczby bozonów  $N$  w układzie.<sup>3</sup> Na ogół oznaczamy ją przez  $N_0$ . Odpowiadająca jej funkcja własna  $\chi_0(r)$ , lub funkcja  $\Psi(r) = \sqrt{N_0} \chi_0(r)$ , pełni rolę parametru porządku dla kondensatu Bosego – Einsteina. Zwana jest też tradycyjnie funkcją falową kondensatu. Istnienie kondensatu oznacza, że

$$\rho(\vec{r}, \vec{r}') \xrightarrow{|\vec{r}-\vec{r}'| \rightarrow \infty} \frac{N_0}{N},$$

czyli w układzie istnieje pozadiagonalne uporządkowanie dalekiego zasięgu. Rozpisując  $\chi_0(r) = |\chi_0(r)| e^{i\varphi(r)}$  zdefiniujemy prędkość cząstek w stanie nadpłynnym jako  $v_0(r) = \frac{\hbar}{m} \nabla \varphi(r)$ . Choć wielkość ta wygląda podobnie jak w mechanice kwantowej, tutaj odnosi się do wielkości makroskopowej, której kwantowe fluktuacje są małe w stosunku do średniej. Natychmiast z definicji wynika, że prędkość kondensatu jest bezwirowa, czyli  $\nabla \times v_0(r) = 0$ .

<sup>3</sup> Można wyróżnić różne typy kondensatów: i) typ I, w którym istnieje tylko jedna  $N_{\alpha} \approx O(N)$ , ii) typ II, w którym istnieje nieskończenie wiele  $N_{\alpha} \approx O(N)$ , gdzie  $\alpha$  jest zawarte w skończonym pasmie, oraz iii) typ III, w którym żadna  $N_{\alpha}$  nie jest rzędu  $N$ , ale ich nieskończona suma jest rzędu  $N$ .

Nadpłynność jest terminem określającym szereg szczególnych makroskopowych własności układu takich, jak bezlepkociowy przepływ, efekt fontannowy, efekt kapilarny, czy wreszcie istnienie *nieklasycznego momentu bezwładności*, i szeregu innych. O ile ściśle nie zostało wykazane istnienie w skończonych temperaturach związku pomiędzy istnieniem kondensacji a nadpłynnością, to jednak wydaje się że w większości fizycznie istotnych przypadków taki związek występuje. Już London w latach 50tych zeszłego wieku postulował, że nadpłynny stan  ${}^4\text{He}$  wynika z kondensacji typu Bosego – Einsteina [6].

Istnienie nieklasycznego momentu bezwładności w stanie nadpłynnym jest koncepcyjnie związane z istnieniem kondensacji Bosego – Einsteina o bezwirowej prędkości. Wyobraźmy sobie cylindryczne naczynie o promieniu  $R$  wypełnione bozonową cieczą kwantową. Obracając ten układ wzdłuż pionowej osi z prędkością kątową  $\omega$  oczekujemy, że jego energia swobodna, względem układu laboratoryjnego ma postać

$$F(\omega) = F_0 + \frac{1}{2} I_{\text{klasyczny}} \omega^2,$$

gdzie  $F_0$  jest energią swobodną w stanie spoczynku, a  $I_{\text{klasyczny}} = NmR^2$  jest klasycznym momentem bezwładności tej cieczy (efekty związane z naczyniem zaniedbujemy). Nieklasyczny moment bezwładności wyraża się istnieniem dodatkowego wkładu do energii swobodnej

$$\Delta F(\omega) = -\frac{1}{2} \frac{n_s}{n} I_{\text{klasyczny}} \omega^2,$$

który dla małych  $\omega$  daje ujemny wkład definiując gęstość  $n_s$  cieczy nadpłynnej. Gęstość cieczy nadpłynnej  $n_s$  może, ale nie musi być równa gęstości kondensatu  $n_0$ . Fizycznie oznacza to, że w stanie równowagi skończony ułamek masy cieczy nie obraca się razem ze zbiornikiem, a moment bezwładności wynosi  $I(T) = I_{\text{klasyczny}} (1 - n_s / n)$ . Dokładniej mówiąc, rozważamy układ w stanie równowagi, który należy przygotować tak, że obracający się układ jest doprowadzony do stanu nadciekłego (np. przez ochłodzenie). W ten sposób wykluczamy logiczną możliwość, że układ nadciekły potrzebuje bardzo długiego (nieskończonego) czasu aby zacząć się obracać razem ze ścianami zbiornika. Związek z kondensacją jest natychmiastowy, prędkość kondensatu Bosego – Einsteina jest bezwirowa, czyli kondensat nie może się obracać razem



z resztą układu. Rozumując heurystycznie, bezleпка układ nadpłynny nie obraca się razem z układem w fazie normalnej.<sup>4</sup>

Historyczne już doświadczenie pokazujące bezpośrednio, że moment bezwładności układu nadpłynnego maleje zostało wykonane w 1967 roku przez G.B. Hessa i W.M. Fairbanka [7].

## Nadpływne kryształy – idea

Po tym szerokim wprowadzeniu możemy przejść do zdefiniowania nadpłynnego kryształu. Sam kryształ scharakteryzowany jest istnieniem uporządkowania gęstości dalekiego zasięgu. Układ nadpłynny charakteryzuje się występowaniem pozadiagonalnego uporządkowania dalekiego zasięgu. *Nadpłynny kryształ jest połączeniem tych dwóch własności: układ jest w stanie krystalicznym i jednocześnie w nadpłylnym.*

<p><b>ciecz</b></p> $\langle \rho(r_1) \rho(r_2) \rangle \xrightarrow{ \vec{r}_1 - \vec{r}_2  \rightarrow \infty} 0$ $\rho(r, r') \xrightarrow{ r - r'  \rightarrow \infty} 0$	<p><b>nadpływna ciecz</b></p> $\langle \rho(r_1) \rho(r_2) \rangle \xrightarrow{ \vec{r}_1 - \vec{r}_2  \rightarrow \infty} 0$ $\rho(r, r') \xrightarrow{ r - r'  \rightarrow \infty} \frac{N_0}{N}$
<p><b>kryształ</b></p> $\langle \rho(r_1) \rho(r_2) \rangle \xrightarrow{ \vec{r}_1 - \vec{r}_2  \rightarrow \infty} const.$ $\rho(r, r') \xrightarrow{ r - r'  \rightarrow \infty} 0$	<p><b>nadpłynny kryształ</b></p> $\langle \rho(r_1) \rho(r_2) \rangle \xrightarrow{ \vec{r}_1 - \vec{r}_2  \rightarrow \infty} const.$ $\rho(r, r') \xrightarrow{ r - r'  \rightarrow \infty} \frac{N_0}{N}$

Mówiąc fizycznie, nadpłynny kryształ jest jednocześnie sztywny i jednocześnie może przenikać przez pory i szczeliny jak bezleпка ciecz. Ta zdumiewająca własność pokazuje jedynie jak bardzo świat opisywany mechaniką kwantową jest daleki od naszych wyobrażeń.

Zagadnienie możliwości istnienia nadpłynnego kryształu było pierwszy raz rozważane przez C.N Yanga już w 1962 roku [8]. Doszedł on jednak do wniosku, że stan taki nie powinien istnieć. W roku 1969 Andreev i Lifshitz

<sup>4</sup> Nieklasyczny moment bezwładności jest analogicznym zjawiskiem do efektu Meissnera w nadprzewodniku pierwszego rodzaju, polegającego znikaniu indukcji pola magnetycznego w układzie. Wnikanie wirów pola magnetycznego do nadprzewodnika drugiego rodzaju jest odpowiednikiem pojawiania się wirów w szybko obracającym układzie nadpłylnym. Gdy prędkość obrotowa rośnie dalej nadpłynność znika, podobnie jak silne pole magnetyczne niszczy nadprzewodnictwo.

zapropowali mikroskopowy mechanizm dla powstania nadpłynnego kryształu, według którego *defekty w kwantowym kryształcie kondensują w stan nadpłynny* [9]. Natomiast Chester w 1970 roku badał klasy funkcji falowych dopuszczających możliwość istnienia nadpłynnego kryształu [10]. W tym samym roku Leggett zaproponował, żeby poszukiwać nadpłynne kryształy wyznaczając momentu bezwładności układu [11]. W ostatnich latach nastąpił renesans badań teoretycznych dotyczący nadpłynnych kryształów, za sprawą wspomnianych eksperymentów [1-4]. I tak, Ceperley i Bernu w 2004 roku pokazali numerycznie, stosując metodę Monte Carlo do całek po trajektoriach, że w idealnym kryształcie nadpłynność nie występuje [12]. Prokof'ov i Svistunov także za pomocą numerycznej metody Monte Carlo wykazali, że obecność luk jest warunkiem koniecznym dla istnienia nadpłynności w kryształcie [13]. Niestety, nie ma dobrych oszacowań numerycznych, dla realnych układów, w jakim zakresie temperatur, gęstości luk (lub innych domieszek i defektów) czy ciśnienia należy oczekiwać nadpłynności w kryształcie.

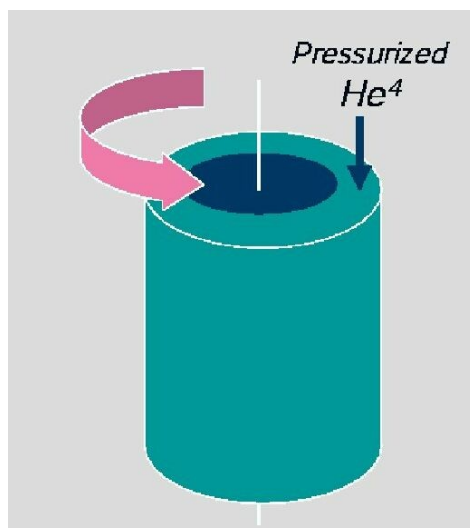
## Nadpłynność w stałym $^4\text{He}$

Naturalnym układem, gdzie stan nadpłynnego kryształu mógłby się pojawiać jest  $^4\text{He}$  w stanie krystalicznym.<sup>5</sup> Poszukiwania tego stanu trwają od 1969 roku. Otrzymywane pomiary różnych wielkości fizycznych nigdy nie pozwoliły na jednoznaczne stwierdzenie, obecności nadpłynności w kryształcie. Zarazem też tej możliwości nigdy jednoznacznie nie wykluczyły. Wyniki badań z okresu 1969 – 1992 można znaleźć w pracy przeglądowej Meisela [14].

Najnowsze doświadczalne badania uczonych z Uniwersytetu w Pensylwanii [1-4] spowodowały renesans w badaniu nadpłynnych kryształów. Układem doświadczalnym był jak w poprzednich pracach hel w niskich temperaturach i w wysokim ciśnieniu. Idea doświadczenia była bezpośrednio oparta na pomysle Leggett'a [11] i polegała na wyznaczeniu momentu bezwładności krystalicznego  $^4\text{He}$  w różnych ciśnieniach i temperaturach. Hel został wprowadzony albo w porowate szkło [2] lub złoto [3], albo umieszczony na ścianie cylindra zbudowanego z magnezu i otoczonego na zewnątrz glinem, jak na rysunku 5.

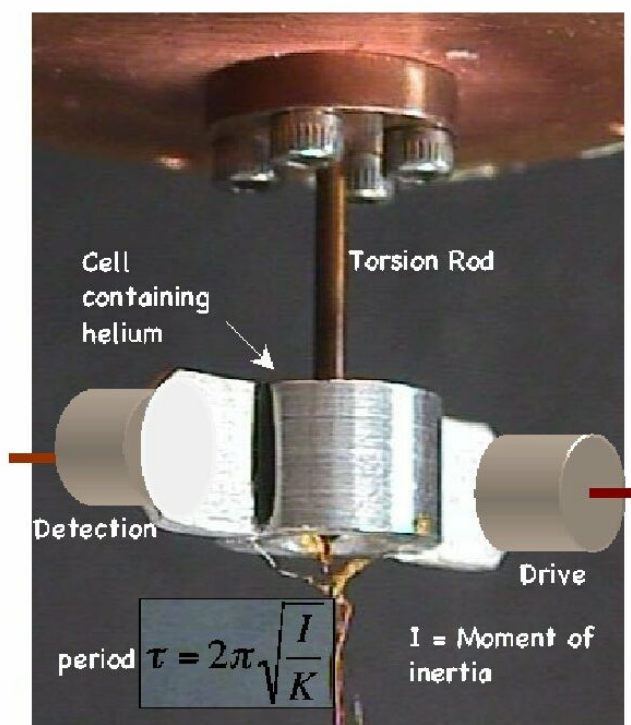
---

<sup>5</sup> Izotop  $^3\text{He}$  w stanie krystalicznym wykazuje uporządkowanie magnetyczne i dlatego stan nadpłynny jest wykluczony.



Rys. 5 Pomiedzy cylindryczną zewnętrzną ścianką z glinu i wewnętrznym cylindrycznym rdzeniem z magnezu umieszczony jest  $^4\text{He}$ .

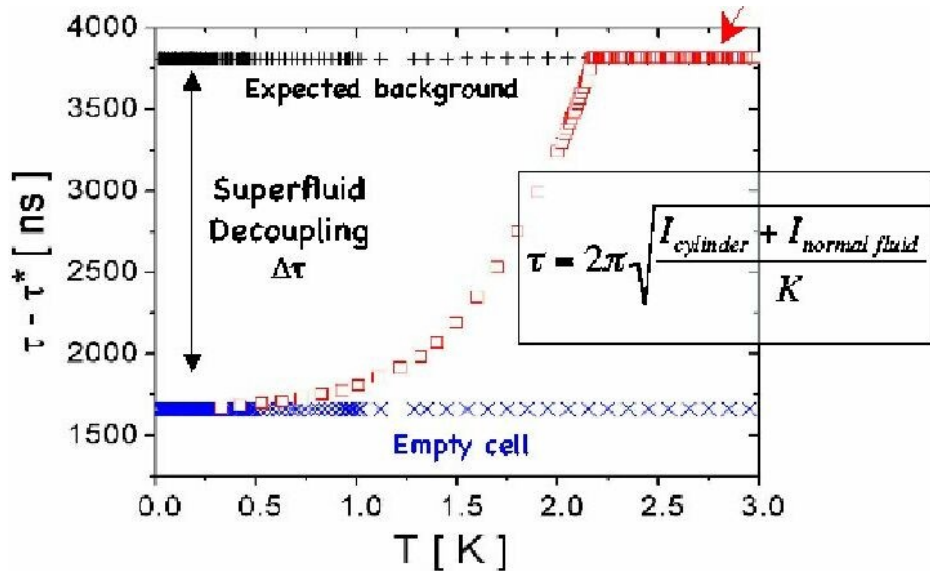
Cały układ został zawieszony na wadze skręceń umieszczonej w kriostacie i komorze ciśnień. Zdjęcie układu doświadczalnego przedstawia kolejny rysunek. Urządzenia elektromagnetyczne pobudzały cały układ do drgań oraz mierzyły okres oscylacji w zadanym ciśnieniu i temperaturze.



Rys. 6 Cylinder z helem umieszczony na wadze skręceń.

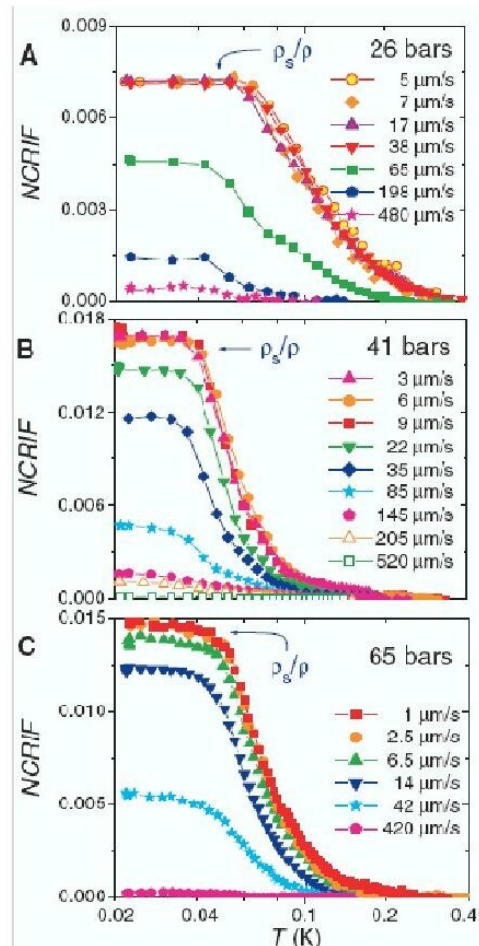
Typowa zmiana okresu drgań w zależności od temperatury przedstawia rysunek 7. W temperaturze około 2K i normalnym ciśnieniu hel staje się nadpłynny.

Faza nadpłynna odłącza się od normalnego helu i nie obraca się wraz z cylindrem. Dlatego masa i zarazem moment bezwładności układu biorącego udział w drganiu jest mniejsza. Tym samym okres drgań tego wahadła spada. Z pomiaru tego spadku można oszacować jaka część ciekłego helu w danej temperaturze przeszła w stan nadpłynny.



Rys. 7 Zmiana okresu drgań cylindra w zależności od temperatury układu w normalnym ciśnieniu. Spadek okresu drgań w okolicy 2K związany jest z przejściem helu do fazy nadpłynnej, która przestaje się obracać i wnosić wkład do całkowitego momentu bezwładności. Dla porównania pokazany jest też okres drgań pustego (nie wypełnionego helem) cylindra.

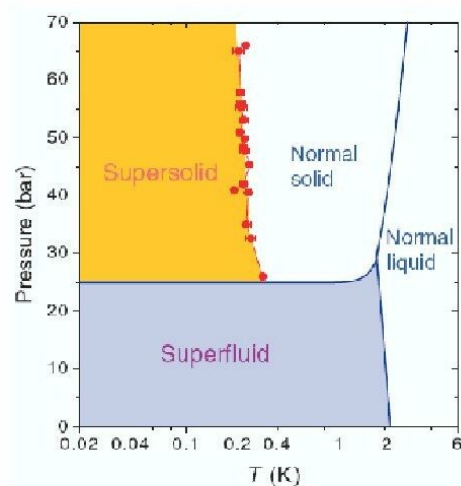
Analogiczne pomiary po przyłożeniu ciśnienia, w których hel jest już kryształem wykazują spadek okresu drgań w temperaturze około 0,1K. Z tego wynika, że gęstość fazy nadpłynnej, czyli tej nieobracającej się razem z resztą kryształu rośnie. W zależności od ciśnienia około 0,5-2% masy stałego helu stanowiła składowa nadpłynna. Z rysunku 8 widać także, że ilość składowej nadpłynnej była tym mniejsza im szybciej układ się obracał. Zgodne jest to z tym, że bardzo szybko obracając układ, jego nadpłynność zostaje zniszczona.



Rys. 8 Wyznaczona doświadczalnie gęstość nadpłynnej frakcji stałego  $^4\text{He}$  w różnych ciśnieniach i przy różnych prędkościach obrotu układu.

Kim i Chan powtarzali badania w różnych konfiguracjach i z różnymi materiałami w których był umieszczany hel. Aby wykluczyć mechaniczne ślizganie się helowego cylindra umieścili nawet mały magnezowy pręcik, który na pewno uniemożliwiał takie ślizganie się. Wyniki doświadczeń były ze sobą zgodne i sugerują, że w pewnym ciśnieniu i temperaturze część stałego helu przechodzi w fazę nadpłynną. Oznaczałoby to, że układ faktycznie osiąga stan określony jako nadpłynny kryształ. Doświadczalnie wyznaczony diagram fazowy przez Kim'a i Chan'a przedstawia rysunek 9. Poniżej 0,2-0,1K i w

ciśnieniach w których hel jest już kryształem występuje faza nadpłynnego kryształu.



Rys. 9 Propozycja nowego diagramu fazowego dla  $^4\text{He}$  uwzględniający fazą nadpłynnego kryształu.

Interpretacja mikroskopowa tych wyników nie jest jednak jednoznaczna. Sam pomysłodawca idei doświadczenia A. Leggett w komentarzu do pracy w Science [15] zwraca uwagę, że w stałym  $^4\text{He}$  ilość luk i dyslokacji jest o kilka rzędów wielkości za mała aby przyczynić się do obserwowanych gęstości fazy nadpłynnej, które są rzędu 1-2% masy całego układu.

Niezależne doświadczenie z wagą skręceń wykonane przez A.S. Rittner'a i J.D. Reppy pokazuje, że ilość składowej nadpłynnej w krystalicznym helu silnie zależy od historii układu [16]. Wygrzewanie próbki powoduje zmniejszanie ilości wewnętrznych defektów i dlatego ilość fazy nadpłynnej maleje.

Najnowszy wynik pracy S. Balibar'a i współpracowników [17], którzy wykorzystali barometr zamiast wagi skręceń pokazuje, że granice ziaren krystalicznego helu mogą być odpowiedzialne za obserwowane zachowanie się układu. Takie niejednorodności są jednak termodynamicznie niestabilne co pokazują symulacje numeryczne Clark'a i Ceperley'a [18]. Oznacza to, że stan podstawowy stałego helu nie może być nadpłynny, a obserwowane wyniki odnoszą się do stanów metatrwałych. Nie wiadomo jednak, dlaczego różne układy doświadczalne Kim'a i Chan'a pokazywały bardzo podobne zachowanie [1-4]. Stany metastabilne bardzo silnie powinny zależeć od sposobu przygotowania układu.

## Zakończenie

Nadpłynny kryształ jest jednym z najbardziej odległych dla naszej intuicji stanów kwantowych materii. Jest jednocześnie krystaliczny i jednocześnie nadpłynny. Idea ta przyciąga uwagę badaczy, zarówno zajmujących się kwantowymi teoriami materii skondensowanej i teoriami zimnych atomów bozonowych na sieciach optycznych [19], ale i doświadczalników, wierzących, że istnieją układy fizyczne gdzie stan ten zostanie odkryty. Doświadczenia Kim'a i Chan'a wzbudziły ogromne zainteresowanie ale, niestety, chyba nie stanowią przysłowiowej kropki nad „i” w poszukiwaniu nadpłynnych kryształów. Powyższy tekst miał na celu przybliżyć czytelnikom koncepcję nadpłynnego kryształu odwołując się do idei uporządkowania dalekiego zasięgu i zwrócić uwagę na obecną aktywność w tej dziedzinie badań fizycznych. Z pewnością jednak nie wyczerpuje tej tematyki, między innymi dlatego, że ostatecznych wniosków wciąż nie znamy. Być może ktoś z polskich czytelników swoimi odkryciami dopisze ciąg dalszy.

Autor dziękuje za wsparcie DFG SFB 484.

## Literatura

- [1] E. Kim, M.H. Chan, *Science* **305**, 1941 (2004).
- [2] E. Kim, M.H. Chan, *Nature* **427**, 225 (2004).
- [3] E. Kim, M.H. Chan, *J. Low Temp. Phys.* **138**, 859 (2005).
- [4] E. Kim, M.H. Chan, *cond-mat/0605680*.
- [5] O. Penrose, L. Onsager, *Phys. Rev.* **104**, 576 (1956).
- [6] F. London, “Superfluid”, p. 144, vol. II (Wiley, New York, 1954).
- [7] G.B. Hess, W.M. Fairbank, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 216 (1967).
- [8] C.N. Yang, *Rev. Mod. Phys.* **34**, 694 (1962).
- [9] A.F. Andreev, I.M. Lifshitz, *Sov. Phys. JETP* **29**, 1107 (1969).
- [10] G.V. Chester, *Phys. Rev. A* **2**, 256 (1970).
- [11] A.J. Leggett, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 1543 (1970).
- [12] D.M. Ceperley, B. Bernu, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 155303 (2004).
- [13] N. Prokof'ev, B. Svistunov, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 155302 (2005).
- [14] M.M. Meisel, *Physica B* **178**, 121 (1992).
- [15] A. Leggett, *Science* **305**, 1921 (2004).
- [16] A.S. Rittner, J.D. Reppy, *cond-mat/0604528*.
- [17] S. Sasaki, R. Ishiguro, F. Maris, S. Balibar, *Science* **313**, 1098 (2006); także komentarz D. Ceperley w *Nature Phys.* **2**, 659 (2006).
- [18] B.K. Clark, D. Ceperley, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 105302 (2006).
- [19] I. Bloch, *Nature Phys.* **1**, 23 (2005).