

Programowanie i metody numeryczne

Ćwiczenia 8.

Aproksymacja funkcji II. Szybka transformata Fouriera.

Zadanie 1. Aproksymacja danych pomiarowych.

Plik

<https://www.fuw.edu.pl/~bzglinicki/teaching/pmn/cwiczenia/8/dane.csv>

zawiera wyniki pomiarów temperatury powietrza dokonywanych w stacji meteorologicznej Warszawa–Bielany w marcu 2025 roku. Pomiarzy były wykonywane co 10 minut. Dane przedstawione są w formacie CSV, pierwsza kolumna zawiera datę i godzinę pomiaru, druga – temperaturę powietrza wyrażoną w stopniach Celsjusza.

Naszym celem będzie porównanie jakości różnych metod interpolacji tych danych: wielomianowej, trygonometrycznej, liniową funkcją sklejaną oraz kubiczną funkcją sklejaną. Spośród wszystkich punktów pomiarowych wybierzemy tylko niektóre, odpowiadające pełnym godzinom, a następnie obliczymy przybliżone wartości temperatury powietrza w pozostałych punktach, posługując się każdą z wymienionych metod interpolacji, i porównamy je z rzeczywistymi, zmierzonymi wartościami.

- a) Napisz program `meteoplot`, który narysuje wykres punktowy danych. Oś odciętych powinna przedstawiać datę i godzinę pomiaru, natomiast oś rzędnych – wynik pomiaru. Zadbaj o to, by etykiety na osiach były czytelne.

Można przypuszczać, że wartości temperatury wykazują pewną okresowość. Czy rzeczywiście tak jest? Jeśli tak, po której z metod interpolacji można oczekiwać najlepszych, a po której najgorszych wyników?

- b) Napisz program `meteooint`, przyjmujący jako argument wywołania liczbę naturalną N . Program ten powinien wybrać spośród wszystkich pomiarów tylko te dokonywane co N godzin i – traktując je jako węzły interpolacji – wyznaczyć funkcje interpolujące dla każdej z wymienionych wyżej metod interpolacji.

Wynikiem działania programu powinny być po dwa wykresy dla każdej z metod interpolacji. Na pierwszym mają się znaleźć punkty pomiarowe, przy czym te z nich, które były węzłami interpolacji, muszą być w jakiś sposób wyróżnione (np. kolorem i/lub rozmiarem), oraz wykres funkcji interpolującej. Drugi z wykresów ma przedstawiać błąd interpolacji – moduł różnicy pomiędzy rzeczywistym wynikiem pomiaru a wartością funkcji interpolującej dla wszystkich punktów pomiarów. Program powinien także zwracać informację o czasie wyznaczania funkcji interpolacyjnej (może ją np. umieścić we wspólnym tytule obu wykresów, wraz z nazwą metody interpolacji).

Które z metod interpolacji okazały się najskuteczniejsze? Jak zależy jakość interpolacji każdą z metod od N ?

Wykonując interpolację możesz wykorzystać funkcje biblioteczne dostępne dla języka programowania lub pakietu obliczeniowego, z którego korzystasz.

Wykorzystywane w zadaniu dane zostały udostępnione przez Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej – Państwowy Instytut Badawczy.

Zadanie 2. Aproksymacja funkcji nieciągłych.

Rozważmy funkcje:

$$f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } x \in [-1, 0[, \\ 1, & \text{gdy } x \in [0, 1], \end{cases}$$
$$g : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R} \quad g(x) = \begin{cases} 1, & \text{gdy } x = 0, \\ 0, & \text{w przeciwnym przypadku,} \end{cases}$$

- a) Napisz program `approxf`, przyjmujący jako argument liczbę naturalną N . Program ten powinien obliczać wartości funkcji f dla N różnych liczb z jej dziedziny, a następnie – traktując otrzymane w ten sposób punkty jako węzły interpolacji – wyznaczać funkcję interpolacyjną w przypadku interpolacji wielomianowej, trygonometrycznej, liniową funkcją sklejaną oraz kubiczną funkcją sklejaną.

Wynikiem działania programu powinny być po dwa wykresy dla każdej z metod interpolacji. Na pierwszym mają się znaleźć wykres funkcji f , węzły interpolacji oraz wykres funkcji interpolującej. Drugi z wykresów ma przedstawiać błąd interpolacji – moduł różnicy pomiędzy wartością funkcji f a wartością funkcji interpolującej. Program powinien także zwracać informację o czasie wyznaczania funkcji interpolacyjnej (może ją np. umieścić we wspólnym tytule obu wykresów, wraz z nazwą metody interpolacji).

- b) Napisz program `approxg`, działający tam samo, jak `approxf`, badający jednak funkcję g .

Która z metod interpolacji okazała się najskuteczniejsza w przypadku każdej z funkcji? Czy zależy to od wartości N ?

Opracowanie: Bartłomiej Zglinicki.