



Permutacje i transpozycje

Javier de Lucas

**Ćwiczenie 1.** Udowodnij, że każda permutacja jest złożeniem cykli rozłącznych.

**Ćwiczenie 2.** Napisz następujące permutacje

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

jako składanie transpozycji i cykli.

**Ćwiczenie 3.** Udowodnij, że

$$\prod_{i < j=1}^n (x_i - x_j) = \pm \prod_{i < j=1}^n (x_{\sigma(i)} - x_{\sigma(j)})$$

dla każdej permutacji  $\sigma \in S_n$ .

**Ćwiczenie 4.** Oblicz znak i nośnik następujących permutacji

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Oblicz  $\sigma_1 \circ \sigma_2$ ,  $\sigma_2 \circ \sigma_3$  i  $\sigma_3 \circ \sigma_1$  i podaj znak tych permutacji.

**Ćwiczenie 5.** Oblicz znak permutacji

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \dots & 2m-2 & 2m-1 & 2m \\ m+1 & 1 & m+2 & 2 & m+3 & \dots & m-1 & 2m & m \end{pmatrix}$$