ANALIZA I
30 stycznia 2015
Semestr zimowy
Egzamin próbny

Javier de Lucas

Zadanie 1. Oblicz granicę ciągu rekurrencyjnego

$$a_{n+1} = \frac{8}{2 + a_n}, \qquad a_1 > 1.$$

Zadanie 2. Obliczyć następujące granicy

$$\lim_{x \to 1} \frac{1 + \log x - x}{(x^2 - 1)^2}, \qquad \lim_{x \to 0} (\cos x)^{\frac{1}{\ln(1+x^2)}}, \qquad \lim_{n \to +\infty} \left(\cos \frac{\pi}{\sqrt{n}} \right)^n.$$

Zadanie 3. Zbadać przebieg zmiennosci funkcji $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ danej wzorem:

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 4}{\sqrt{x^2 - x + 1}}.$$

Zadanie 4. Zbadać zbieżność szeregów

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{c^n n!}{n^n}, \qquad c > 0, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+1} - n}{\sqrt[3]{n}}.$$

Zadanie 5. Podać wzór rekurrencyjny całki

$$I_n = \int \frac{x^\alpha}{\log^n x} dx,$$

gdzie $\alpha \in \mathbb{R}$ i $n \in \mathbb{N}$.