



Teoria mnogości i logika

Javier de Lucas

Zadanie 1. Narysować sumę i przecięcie zbiorów $A := \{x \in \mathbb{R}; x > 2\}$ oraz $B := \{x \in \mathbb{R}; x \leq 8\}$.

Zadanie 2. Zilustrować przy pomocy diagramu Venna zdania: $(A \cup B)' = A' \cap B'$, $(A \cap B)' = A' \cup B'$.

Zadanie 3. Niech A i B będą podzbiórami U . Niech $C \equiv A \cap B$, $D \equiv A' \cup B$ i $E \equiv A \cup B$. Zaznacz na diagramach Venna zbiory C, D i E . Korzystając z praw de Morgana pokaż, że $A = D' \cup C$. Udowodnij, że $B = D \cap E$.

Zadanie 4. Niech p oznacza zdanie „idę do szkoły“ zaś q odpowiada zdaniu „słońce świeci”. Napisz korzystając z symboli logicznych: a) Jeżeli słońce świeci to idę do szkoły, b) Jeżeli nie idę do szkoły to słońce nie świeci. Podaj (słowami) zdanie przeciwne do „Jeżeli słońce świeci to idę do szkoły“. Sporządź tabelkę logiczną dla zdań: $p \wedge q$, $p \vee q$, $\neg p$, $(p \vee q) \wedge \neg p$, $(p \vee q) \wedge \neg p \Rightarrow q$. Jak określimy zdanie: $(p \vee q) \wedge \neg p \Rightarrow q$?

Zadanie 5. Rozważmy zdanie: „Jeżeli coś jest kwadratem, to jest też rombem“. Napisz jak powinno brzmieć: zaprzeczenie, zdanie przeciwne i zdanie przeciwstawne. Które z nich jest zdaniem prawdziwym?

Zadanie 6. Zdefiniować:

- koniunkcję za pomocą alternatywy i negacji,
- alternatywę za pomocą koniunkcji i negacji,
- Zdefiniować alternatywę za pomocą implikacji i negacji.

Zadanie 7. Sprawdzić, czy zdanie $p \Rightarrow (\neg p \Rightarrow q)$ jest tautologią. Czy jest prawdziwe zdanie: Jeżeli liczba naturalna a jest liczbą pierwszą, to o ile a jest liczbą złożoną, to a równa się cztery.

Zadanie 8. Narysować w układzie kartezjańskim zbiory: $A \times B$ i $B \times A$, jeżeli $A = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x < 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 1\}$.