



ANALIZA I
5 i 9 grudnia 2014
Semestr zimowy
Lista XIII



Zastosowania pochodnych

Javier de Lucas

Zadanie 1. Dla funkcji $f(x) = \frac{x(x-3)(x-8)}{7}$, $x \in [2, 9]$, znaleźć najmniejszą i największą wartość (rozwiązujemy badając monotoniczność funkcji, bo nie mamy jeszcze twierdzeń o drugiej pochodnej).

Zadanie 2. Dla $x \in [0, 2\pi]$ znaleźć przedziały, dla których funkcja $y(x) = x - 2 \sin x$ jest rosnąca.

Zadanie 3. Suma obwodów kwadratu o boku a i koła o promieniu r wynosi 240. Ile wynosi r , jeżeli suma pól powierzchni osiaga wtedy minimum?

Zadanie 4. Krzywą definiujemy jako zbiór punktów (x, y) , gdzie $x := t^2 + \sin(2t)$ a $y = t + \sin(t)$, $t \in \mathbb{R}$. Znaleźć równanie stycznej do krzywej w punkcie, dla którego $t = 0$

Zadanie 5. Znaleźć wartości a , dla których prosta $9x - y = 14$ jest styczna do krzywej $y(x) = x^3 - 3x + a$ w punkcie $x = a$.

Zadanie 6. W koło o promieniu r wpisano prostokąt, Zbadać przebieg zmienności pola S tego prostokąta.

Zadanie 7. W półkole o promieniu r wpisano trójkąt równoramienny, którego wierzchołek leży w środku koła. Zbadać przebieg zmienności pola S tego trójkąta.

Zadanie 8. Pas do lądowania ma 2 km. Samolot ląduje na pasie. Odległość między hamującym samolotem a początkiem pasa opisuje wzór: $s = c + 100t - 4t^2$, gdzie t mierzymy w sekundach od momentu lądowania a c jest odległością między punktem przyziemienia a początkiem pasa. Niech $c = 800m$. Znajdź odległość, jaką przebył samolot po 5. sekundach. Znajdź wzór na prędkość samolotu. Znajdź punkt P , w którym prędkość samolotu wynosiła 36 m/s. okaż, że jeżeli samolot wyląduje przed punktem P , to zatrzyma się przed końcem pasa startowego.

Zadanie 9. wykazać, że dla dowolnego $x \in]-1, +\infty[$ spełniona jest równość:
$$\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1-x}{1+x} = \frac{\pi}{4}.$$

Zadanie 10. Wiedząc, że $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$, wyprowadzić wzory na pochodne funkcji odwrotnych do x^2 , e^x , $\sin(x)$, $\operatorname{tg}(x)$, $\operatorname{cosh}(x)$, $\operatorname{sinh}(x)$, $\operatorname{tgh} x$.