ANALIZA I
20 stycznia 2015
Semestr zimowy
Lista XIX

Kryterium zbieżności

Javier de Lucas

Zadanie 1. Zbadać zbieżność szeregu: $\sum_{n=1}^{\infty}\left[1-n\sin\frac{1}{n}\right]^{\alpha}, \quad \alpha\in\mathbb{R}$.

Zadanie 2. Zbadać zbieżność szeregu: $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{b}\right], \quad a,b>0$.

Zadanie 3. Obliczyć promień zbieżności szeregu i zbadać jego zbieżność na krańcach przedziału zbieżności:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{\sqrt{n}}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n5^n}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n+1}x^n,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n4^{n+1}}x^n, \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n!}}{10^n}x^n, \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\cos(n)x^n.$$

Zadanie 4. Obliczyć promień zbieżności szeregów:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n^n}{n!}x^{2n+1}, \qquad \sum_{n=0}^{\infty}2^{2n}(3x-4)^{2n+1}, \qquad \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2x+2)^{3n}}{1+n^2}.$$

Zadanie 5. Korzystając z rozwinięcia $f(x)=\operatorname{arctg}x$ w szereg Taylora znaleźć sumę szeregu:

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{2n+1}.$$

Zadanie 6. Korzystając z rozwinięcia funkcji $\sin x$ oraz $\cos x$ w szereg Taylora znaleźć sumę szeregu:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\,n}{(2n+1)!}.$$