



ANALIZA I
16 grudnia 2014
Semestr zimowy
Lista XV



Szereg Taylora
Javier de Lucas

Zadanie 1. Wykaż, że $\forall x \neq 0, e^x > 1 + x$

Zadanie 2. Wykaż, że $\forall x \neq 0, e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$.

Zadanie 3. Rozwiń wielomian $f(x) = x^2 - 5x + 6$: a) wokół punktu $x = 1$, b) wokół punktu $x = -5$.

Zadanie 4. Rozwiń za pomocą wzoru Taylora w otoczeniu $x_0 = 0$ do n -tego stopnia włącznie następujące funkcje: e^x , $\sin(x)$, $\cos(x)$, $(1+x)^m$, $\frac{1}{1+x}$, $\sqrt{1+x}$, $\frac{1}{\sqrt{1+x}}$

Zadanie 5. Rozwiń za pomocą wzoru Taylora w otoczeniu $x_0 = 0$ do n -tego stopnia włącznie następujące funkcje: $\ln(x)$, $\ln(1+x)$, $\arctg x$, $e^{\frac{1}{x}}$.

Zadanie 6. Napisać rozwinięcie funkcji $e^{\sin x}$ do wyrazów z x^3 .

Zadanie 7. Napisać rozwinięcie funkcji $\ln(\cos x)$ do wyrazów z x^6 .

Zadanie 8. Oblicz za pomocą wzoru Taylora: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\ln(1+x)}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.

Zadanie 9. Oblicz za pomocą wzoru Taylora: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \ln(\sqrt{1+x^2} - x)}{x^3}$,
 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3}{x^4} - \frac{\cos x + 2}{x^3 \sin x} \right)$, $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\ln x}$

Zadanie 10. Korzystając ze wzoru Taylora oblicz granice: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cosh x + x^2}{x^3 \sin^3 x}$, $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg}(x))^{\operatorname{tg}(2x)}$.