



ĆWICZENIA Z MATEMATYKI I



Ciągów

J. de Lucas

Ćwiczenie 1. Obliczyć następujące granice :

i) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2-1}{n^2+1},$

ii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^3-n}{n^2+1},$

iii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3-n}{3n^5+1},$

iv) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}{\left(\frac{1}{3}\right)^{2n+1} - 2},$

v) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{2n + 3^{n-1} + 2},$

vi) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{n^2 - n^{4/3} + 1} - \sqrt[3]{n^2 + n^{4/3} - 1},$

vii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin n!}{1+n},$

viii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n - \sqrt{4n^2 - n},$

ix) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n - \sqrt{n^2 - 1}}{2n - \sqrt{4n^2 + n}},$

Ćwiczenie 2. Obliczyć następujące granice :

i) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^{7n},$

ii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2+3}{n^2}\right)^{2n^2},$

iii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+3}{4-n}\right)^n,$

iv) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n,$



ĆWICZENIA Z MATEMATYKI I



Ćwiczenie 3. Rozwiąż

i) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n + (-1)^n}{3n + 2}$,

ii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{3^n + 2^n}{5^n + 4^n}}$,

iii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 + \sin n!}{4n^2 - 3 \cos n^2}$,

iv) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{3 + \sin n}$,

Ćwiczenie 4. Wykaż ać, że ciąg $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+2)}$ jest ograniczony z góry przez 1.

Ćwiczenie 5. Bezpośrednio z definicji pokażać, że $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 + 7 = +\infty$.