

Kwantowa korekcja błędów

W praktyce nie ma bramek idealnych, kłopoty rodzą sobie met.ami korekcji błędów np. kłopoty

0 1 000 i jeśli wystąpi jakiś błąd otrzymamy
1 111 logując wartość.

- problem kłopoty kłopoty kłopoty

Czy można to zrobić kwantowo, żeby chociaż wyeliminować błędy? Może nie tylko, możemy "bit-flip" ale
ogólnie mówiąc stawa...

$$\text{Bit-flip} \quad |0\rangle \rightarrow |1\rangle, |1\rangle \rightarrow |0\rangle \quad (\sigma_x)$$

$$\text{Wzrost} \quad |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle)$$

Zatem i znowu błąd "bit flip" nie tylko z qubitami:

$$\text{Nowy } C = \{ |000\rangle, |111\rangle \}.$$

brak błędów	$\frac{1}{\sqrt{2}}(000\rangle + 111\rangle)$	$I \otimes I \otimes I \quad C = C_0$
błąd na 1	$\frac{1}{\sqrt{2}}(100\rangle + 011\rangle)$	$(\sigma_x \otimes I \otimes I) C = C_1$
- " - 2	$\frac{1}{\sqrt{2}}(010\rangle + 101\rangle)$	$(I \otimes \sigma_x \otimes I) C = C_2$
- " - 3	$\frac{1}{\sqrt{2}}(100\rangle + 011\rangle)$	$(I \otimes I \otimes \sigma_x) C = C_3$

Ladunek ~ polega z 4 antychromatycznymi
polaryzacjami C_i . Można wybrać parę identycznych
w której C_i jest i naprawić błąd.

Ogólny fakt: jak potrafimy
 naprawiać jakieś błędy to również ich
 liniowe kombinacje (wprowadzamy ancilla która
 zapisuje rodzaj błędów) (σ_z)

Phase flip $|0\rangle \rightarrow |0\rangle, |1\rangle \rightarrow -|1\rangle$

Poprowadzi k.d. nie chcąc mieć problem phase flip -
 - pojawia się w tej samej podprzestrzeni C .
 Ale:

$$|x\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle \rightarrow \alpha |+++ \rangle + \beta |-- \rangle$$

$$|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle \pm |1\rangle) \quad \text{będzie chcemy mieć}$$

phase - flip.

Many times problem to which they are - dany
 nr bitów niezdane cy to bit cy phase flip

$$\begin{aligned} |0\rangle &\rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{2}} (|000\rangle + |111\rangle) \right)^{\otimes 3} \\ |1\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|000\rangle - |111\rangle)^{\otimes 3} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Subtelności bit } \sigma_z \text{ na} \\ 1, 2, 3 \text{ zmienia stan + the same} \\ \text{ale to nie zmienia} \end{array} \right.$$

Ten kod potrafi: tri naprawić pojedynczy błąd i phase flip
 $(\sigma_y = -i \sigma_z \sigma_x)$

Odkrył się to wystarcza aby naprawić
 dowolny błąd na jednym qubitach ∇

Nad Λ - kmi operacji dekompozycji i drugie

$$\Lambda(|\psi\rangle\langle\psi|) = \sum_i K_i |\psi\rangle\langle\psi| K_i^\dagger$$

Kiedy K_i może rozłożyć w baze σ_i

$$K_i = \sum_j z_{ij} \sigma_j$$

Czyli na wyjściu dostajemy z pewnymi
prawdop. σ_j

$$|\psi_i\rangle = \sum_j z_{ij} \sigma_j |\psi\rangle$$

Czyli kombinacje bit phase flip a to p. trójny
m. p. σ_i

Idea: Fault-tolerance: jeśli poziom błędów
odpowiednio niski - możemy efektywnie naprawić
mimo, że używamy tej niedoskonałych elementów
Znamy Fault-tolerance threshold $F \geq 99,9\%$

- tu ważne że błędy nieskorelowane

Ogólne warunki na Error-correcting codes

E_a - baze op. reprezentująca błąd $E = \sum_a E_a$

$|\psi_i\rangle$ - stan logiczny

$$|\psi\rangle = \sum_i a_i |\psi_i\rangle$$

$$\text{Tw. } \forall_{E \in \Lambda} \langle \psi | E^\dagger E | \psi \rangle = C(E) \quad \text{minimalne od } |\psi\rangle$$

$\Rightarrow$ mamy E-C code

Dowód
 $\Rightarrow$

$$\langle \psi_i | E_a^\dagger E_a | \psi_i \rangle = \langle E_a \rangle$$

$$\langle \psi_j | E_a^\dagger E_a | \psi_j \rangle = \langle E_a \rangle$$

$$\frac{1}{2} (\langle \psi_i | + \langle \psi_j |) E_a^\dagger E_a (| \psi_i \rangle + | \psi_j \rangle) = \langle E_a \rangle$$

$$\langle \psi_i | E_a^\dagger E_a | \psi_j \rangle = \langle E_a \rangle \delta_{ij}$$

:

$$\langle \psi_i | E_a^\dagger E_a | \psi_j \rangle = C_{ab} \delta_{ij}$$

hermitowskie

diagonalizujemy C_{ab} i mamy nową bazę F_a

$$\langle \psi_i | F_a^\dagger F_a | \psi_j \rangle = \rho_a \delta_{ij} \text{ Sab}$$

znaki: Fermion nie parzyli się stanów p- z dodatnimi
 białymi i czerwimi białymi są dodatni

$$\text{Widzimy też że } \langle \psi_i | F_a^\dagger F_a | \psi_j \rangle = \rho_a \delta_{ij}$$

czyli to jest proporcjonalne do unitowej
 macierzy przekształceń - odwzajemnie.

$\Leftarrow$ Jeśli mamy $E = C$ to musi być

$$\langle \psi | E^\dagger E | \psi \rangle = \langle \psi | E^\dagger E | \psi \rangle$$

inaczej E ma stan

$$E(|\psi\rangle + |\varphi\rangle) = N(|\psi\rangle + \frac{\langle \psi | E^\dagger E | \psi \rangle}{\langle \varphi | E^\dagger E | \varphi \rangle} |\varphi\rangle)$$

a to jest błąd stan końcowy nie inny.