

Cwiczenia 8

4 kwietnia 2011
21:17

1. Liczenie częściowego śladu po pierwszym podukładzie

$$S_{AB} = \begin{pmatrix} S_{cc}^{00} & S_{ca}^{00} \\ S_{cc}^{01} & S_{ca}^{01} \\ \vdots & \vdots \\ S_{nc}^{10} & S_{na}^{10} \\ S_{nc}^{11} & S_{na}^{11} \end{pmatrix} \quad S_B = \text{Tr}_A S_{AB} = \begin{pmatrix} S_{cc}^{00} + S_{nc}^{10} & S_{ca}^{00} + S_{na}^{10} \\ - & - \\ S_{cc}^{01} + S_{nc}^{11} & S_{ca}^{01} + S_{na}^{11} \end{pmatrix}$$

2. Dekoherecja

Równamy układ i otoczenie jako dwa podukłady kwantowe



Dekoherecja w wyniku oddziaływania B z A

$i=0,1$

$$|i\rangle_A \otimes |a\rangle_B \xrightarrow{t} |i\rangle_A \otimes |\psi_i^t\rangle$$

↑
stan początkowy
układu
otoczenia

Przy czym

$$|\psi_0^t\rangle = |a\rangle$$

$$|\psi_1^t\rangle = e^{-t} |a\rangle + \sqrt{1-e^{-2t}} |1\rangle$$

(np. dup-
liczność
szereżymy
gdzie t jest
oddziaływaniem z
otoczeniem, które
zwiększa rozmiar układu)

Czy jest unitarne? Formułki trzeba uzupełnić o:

$$|i\rangle \otimes |1\rangle \xrightarrow{t} |i\rangle \otimes |\phi_i^t\rangle$$

$$|\phi_0^t\rangle = |1\rangle$$

$$|\phi_1^t\rangle = \sqrt{1-e^{-2t}} |c\rangle - e^{-t} |1\rangle$$

Równamy teraz stan początkowy:

$$|\psi(0)\rangle_{AB} = |\psi\rangle \otimes |0\rangle, \quad \text{gdzie } |\psi\rangle = a|c\rangle + b|1\rangle$$

Jde ewolucyj

$$|\psi(t)\rangle_{AB} = a |0\rangle|0\rangle + b|1\rangle (e^{-t}|0\rangle + \sqrt{1-e^{-2t}}|1\rangle)$$

Obliczmy

$$S_A(t) = \text{Tr}_B |\psi(t)\rangle \langle \psi(t)| =$$

$$= \text{Tr}_B \begin{bmatrix} |a|^2 & 0 & ab^* e^{-t} & ab^* \sqrt{1-e^{-2t}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ ba^* e^t & 0 & |b|^2 e^{2t} & 0 \\ ba^* \sqrt{1-e^{-2t}} & 0 & 0 & |b|^2 (1-e^{-2t}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |a|^2 & ab^* e^{-t} \\ ba^* e^t & |b|^2 \end{bmatrix}$$

2 systemy wygryz przez diagonalne gina i

↪ granicy $t \rightarrow \infty$ mamy $\begin{bmatrix} |a|^2 & \\ & |b|^2 \end{bmatrix} = |a|^2 |0\rangle \langle 0| + |b|^2 |1\rangle \langle 1|$

Zmieszane z. st. koherencyj. kwantowa
mamy mieszanke a nie superpozycje.

3. Pryylikacja

Niech S ma n gestoi (np. qubitu). Znalisc
gina recepte na napisanie stanu czystego
dwuch podsystemow t. j. t. S bedzie zredukowan
miedza gestoi (pochoz 2 nich

np. $S = \begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & 1-p \end{bmatrix}$ $|\psi\rangle = \sqrt{p} |0\rangle|0\rangle + \sqrt{1-p} |1\rangle|1\rangle$

ogilme:

$$S = \sum_i \lambda_i |e_i\rangle \langle e_i| \Rightarrow |\psi\rangle = \sum_i \sqrt{\lambda_i} |e_i\rangle \otimes |e_i\rangle$$

4. Sprawdzc, ze w protokole teleportacji
stan B jest $\frac{1}{2}$ przy braku wiadzy
o wyniku pomiaru A

... .. A

B me 4 stan 2 $\rho = \frac{1}{4}$

$$a|0\rangle + b|1\rangle = |b_0\rangle$$

$$a|0\rangle - b|1\rangle = |b_1\rangle$$

$$a|1\rangle + b|0\rangle = |b_2\rangle$$

$$a|1\rangle - b|0\rangle = |b_3\rangle$$

$$\frac{1}{4} \sum_i |b_i\rangle \langle b_i| = \frac{1}{2} \mathbb{I}$$