Wykład 1

15 lutego 2011
11:07

1. Wstęp

Mechanika kwantowa zaczęła się od kłopotów ze światłem (podobnie jak STW) – np. ciało doskonale czarnego, ef. fotoelektryczny.

Rozwiązanie: energia światła przekazywana materii w porcjach
kwanty światła = fotony

Pojedynczy foton – jeden z najprostszych układów kwantowych

Podobnie jak dla fali e-m można przypisać mu pewne własności: kierunek rozchodzenia, częstość, polaryzację
Ale te cechy nie mają już tak klasycznego obiektywnego istnienia – nie można „podejrzeć fotonu" tak jak tradycyjnie można podejrzeć klasyczne pole elektromagnetyczne i móc przypisać jednoznaczne wartości i kierunki pola elektrycznego i magnetycznego w każdym punkcie.

Skupimy się głównie na polaryzacji fotonu jako podstawowego modelu kwantowego.
Większość cech mechaniki kwantowej można zrozumieć na tym przykładzie. Nie potrzeba rrw. Schrödingera itd.

Będziemy patrzeć na układy kwantowe jako nośniki informacji a ich ewolucję jako przetwarzanie informacji.

Pojawią się zagadnienia:
- kodowania informacji w stanie kwantowym (przygotowanie stanu)
- przesyłania informacji (ewolucja stanu)
- odczytu informacji (pomiar stanu)
- kopiowania informacji
- kryptografii..

Dla opisu polaryzacji fotonu, potrzebujemy najpierw

Dla opisu polaryzacji fotonu, potrzebujemy najpierw wprowadzić wygodny język opisu polaryzacji klasycznych fal e-m.

2. Polaryzacja fali e-m,

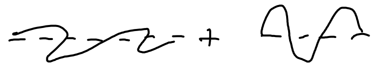
Rozważmy płaską falę e-m, o częstotliwości $\omega = \frac{2\pi}{T}$ i $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

polaryzacja liniowa pionowa.

$$\vec{E}(z,t) = \hat{e}_y E_0 \cos(kz - \omega t) \qquad \updownarrow$$

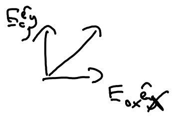
Odtąd rysujemy tylko pole E, ale pamiętajmy, że B zawsze też jest!

Pole E musi być prostopadłe do z, ale możemy je dowolnie obracać w płaszczyźnie xy.
Możemy użyć również dwie fale płaskie o różnych kierunkach E i nałożyć je na siebie:

- $\vec{E}_1(z,t) = \hat{e}_x E_{0x} \cos(kz - \omega t)$ 

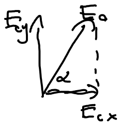
  $\vec{E}_2(z,t) = \hat{e}_y E_{0y} \cos(kz - \omega t)$

  $\vec{E}(z,t) = \vec{E}_1(z,t) + \vec{E}_2(z,t) = \left(E_{0x}\hat{e}_x + E_{0y}\hat{e}_y\right)\cos(kz - \omega t)$ – polaryzacja pod kątem 45° jeśli mamy $E_{0x} = E_{0y}$ (↗)



Jeśli $E_{0y} = -E_{0x}$ wtedy ↘

Jeśli weźmiemy różne amplitudy $E_{0x} = E_0 \cos\alpha$
$E_{0y} = E_0 \sin\alpha$

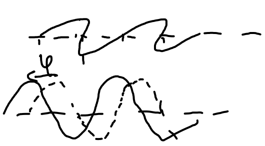


polaryzacja liniowa pod kątem α do poziomu.

- Dwie fale nie muszą być zgodne w fazie:

  $\vec{E}_1(z,t) = \hat{e}_x E_0 \cos(kz - \omega t)$

  $\vec{E}_2(z,t) = \hat{e}_y E_0 \cos(kz - \omega t + \varphi)$



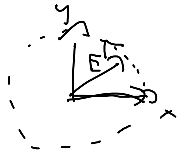
fala opóźniona o fazę φ

Jeśli $\varphi = \frac{\pi}{2}$, patrząc w punkcie np. z=0

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_1(z,t) + \vec{E}_2(z,t)$$

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_1(z,t) + \vec{E}_2(z,t)$$

$$\vec{E}(0,t) = \hat{e}_x E_0 \cos\omega t + \hat{e}_y E_0 \sin\omega t$$



polaryzacja kołowa lewoskrętna ↺

Jeśli $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ wtedy ↻

Dla innych φ wektor będzie zakreślał elipsę.

Ogólna postać

$$\vec{E}(z,t) = \hat{e}_x E_{0x} \cos(kz - \omega t + \varphi_x) + \hat{e}_y E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varphi_y) =$$

$$= \begin{pmatrix} E_{0x} \cos(kz - \omega t + \varphi_x) \\ E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varphi_y) \end{pmatrix}$$

[✎ pokazać że składając dowolne fale płaskie zawsze możemy zapisać w takiej postaci]

Zauważmy że na rodzaj stanu polaryzacyjnego ma wpływ tylko różnica faz, $\varphi_y - \varphi_x$ a nie ich konkretne wartości.
Jeśli interesuje nas tylko stan polaryzacyjny, możemy zawsze położyć $\varphi_x = 0$

3. Wektor Jonesa

Zwróćmy uwagę że możemy zapisać

$$\vec{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left[\begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ E_{0y} e^{i\varphi_y} \end{pmatrix} \cdot e^{i(kz - \omega t)}\right]$$

Wprowadźmy wygodną notację

$$\vec{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \mathcal{E}_x \\ \mathcal{E}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ E_{0y} e^{i\varphi_y} \end{pmatrix} \quad \text{- wektor Jonesa}$$

$$\vec{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}} \cdot e^{i(kz - \omega t)}\right]$$

Dla polaryzacji istotne są tylko względne fazy

$$\vec{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ E_{0y} e^{i\varphi_y} \end{pmatrix} = \underbrace{e^{i\varphi_x}}_{\text{globalna faza, przesuwająca całą falę}} \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{i(\varphi_y - \varphi_x)} \end{pmatrix} \overset{P}{=} \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{i(\varphi_y - \varphi_x)} \end{pmatrix}$$

$\overset{P}{=}$ równość „polaryzacyjna”

Wygodna parametryzacja $\vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \, e^{i\varphi} \end{pmatrix}$

$\vec{\mathcal{E}}$ koduje amplitudę, polaryzację fali.

↔	↕	↗	↘	↺	↻
$\mathcal{E}_0\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$	$\mathcal{E}_0\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$	$\frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$	$\frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$	$\frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\i\end{pmatrix}$	$\frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-i\end{pmatrix}$

$E_0\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ | $E_0\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ | $\frac{E_0}{\sqrt2}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ | $\frac{E_0}{\sqrt2}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ | $\frac{E_0}{\sqrt2}\begin{pmatrix}1\\i\end{pmatrix}$ | $\frac{E_0}{\sqrt2}\begin{pmatrix}1\\-i\end{pmatrix}$ 2

Średnie natężenie $\propto E_{0x}^2 + E_{0y}^2 = |\vec{E}|^2$

dokładniej wektor Poyntinga $\overline{\frac{1}{\mu_0} E\times B} = \frac{1}{\mu_0}\left(E_{0x}\cdot\frac{E_{0x}}{c}\cos^2(\omega t-kz+\varphi_x) + E_{0y}\frac{E_{0y}}{c}\cos^2(\omega t-kz+\varphi_y)\right) =$

$= \frac{1}{2\mu_0 c}\left(E_{0x}^2 + E_{0y}^2\right) = \frac{1}{2\mu_0 c}|\vec{E}|^2$

4. Transformacje polaryzacji

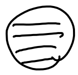
Macierze 2×2 działające na wektor Jonesa
(Macierze Jonesa)

- Polaryzator

  Wybiera jedną polaryzację liniową którą przepuszcza.
  Ortogonalną pochłania (lub odbija gdzieś...)

  Polaryzator ustawiony pionowo

  [Polaryzator obrócony o kąt θ]

 $= \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$

- Płytka falowa

Wprowadza różne opóźnienia fazowe dla dwóch wyróżnionych prostopadłych kierunków – osie główne (materiał dwójłomny).

Jeśli osie główne są w kierunkach x, y

$$\begin{bmatrix} e^{i\varphi_x} & 0\\ 0 & e^{i\varphi_y}\end{bmatrix}$$

$\varphi_x = n_x\cdot L\cdot\frac{2\pi}{\lambda}$

$\varphi_y = n_y\cdot L\cdot\frac{2\pi}{\lambda}$

Ponieważ globalna faza nie ma znaczenia dla polaryzacji możemy zawsze pisać:

$$\begin{bmatrix} e^{i\varphi_x} & 0\\ 0 & e^{i\varphi_y}\end{bmatrix} = e^{i\varphi_y}\begin{bmatrix} e^{i(\varphi_x-\varphi_y)} & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \overset{P}{=} \begin{bmatrix} e^{i\varphi} & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \overset{P}{=} \begin{bmatrix} e^{\frac{i\varphi}{2}} & 0\\ 0 & e^{-\frac{i\varphi}{2}}\end{bmatrix}$$

[Obracana płytka falowa
Ćwierćfalówka, półfalówka
Składanie płytek]

5. Pojedynczy foton

[illegible]

Standardową metodą pomiaru natężenia światła jest badanie powstającego fotoprądu (wybitych) elektronów.
Energia pochłoniętego światła ~ liczba wybitych elektronów ~ prąd
Jeśli chcemy zarejestrować pojedynczy foton musimy mieć urządzenie czułe na wybicie pojedynczego elektronu (fotopowielacz). Jeśli zmniejszamy natężenie światła w końcu dojdziemy do sytuacji, że co chwilę fotopowielacz oznacza jeden foton..

Jeśli byśmy potrafili niezawodnie wytwarzać impuls światła zawierający dokładnie jeden foton.
Taki foton będzie miał te same cechy co fala: częstotliwość, wektor falowy, polaryzację
Pomińmy charakterystykę czasowo przestrzenną i skupmy się na polaryzacji.

$|\leftrightarrow\rangle$ - foton o polaryzacji poziomej
(musi przejść przez poziomy polaryzator bo wiemy że klasyczna wiązka przechodzi bez strat)
$|\updownarrow\rangle$ - foton pionowy - zostanie na pewno pochłonięty przez poziomy polaryzator.

$|\nearrow\rangle$ - nie może się podzielić, musi albo przejść albo zginąć. Żeby odtworzyć wynik klasyczny
$p = \frac{1}{2}$ - prawdopodobieństwo przejścia
i po przejściu jest $|\leftrightarrow\rangle$!

Ogólniej jeśli fala opisana byłaby wektorem Jonesa $\begin{pmatrix} \mathcal{E}_x \\ \mathcal{E}_y \end{pmatrix}$ to dla fotonów związanych z tą falą stosunek prawdopodobieństwa przejścia p_+ do prawd. pochłonięcia p_-

$$\frac{p_+}{p_-} = \frac{|\mathcal{E}_x|^2}{|\mathcal{E}_y|^2}$$

Wprowadźmy wektor stanu polaryzacji fotonu jako
[illegible] wektor Jonesa [illegible]

unormowany wektor Jonesa stowarzyszony z nim fali

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \psi_x \\ \psi_y \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{|\mathcal{E}_x|^2+|\mathcal{E}_y|^2}} \begin{pmatrix} \mathcal{E}_x \\ \mathcal{E}_y \end{pmatrix}$$

Dowolny stan polaryzacyjny fotonu - unormowany wektor w dwuwymiarowej przestrzeni

ψ_x, ψ_y - amplitudy prawdopodobieństwa

$|\psi_x|^2$ - pr. przejścia przez ⊖ $|\psi_y|^2$ pr. przejścia przez ⊖

$$|\leftrightarrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad |\updownarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\psi\rangle = \psi_x |\leftrightarrow\rangle + \psi_y |\updownarrow\rangle$$

Zauważmy że $e^{i\varphi}|\psi\rangle = \underset{\text{globalna faza}}{e^{i\varphi}} \begin{pmatrix} \psi_x \\ \psi_y \end{pmatrix} \overset{p}{=} \begin{pmatrix} \psi_x \\ \psi_y \end{pmatrix}$

Ogólnie można więc zapisać $|\psi\rangle = \cos\alpha |\leftrightarrow\rangle + e^{i\varphi}\sin\alpha\, |\updownarrow\rangle$.

$$|\nearrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad |\nwarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$|\circlearrowleft\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \qquad |\circlearrowright\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

6. Kwantowa superpozycja

$$|\nearrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(|\leftrightarrow\rangle \underset{\text{kw superpozycja}}{+} |\updownarrow\rangle\Big)$$

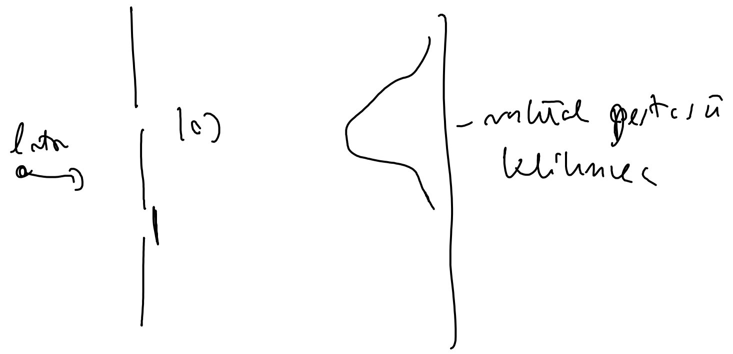
Foton o polaryzacji ukośnej = foton jednocześnie o polaryzacji poziomej i liniowej

Nie można myśleć że
$|\nearrow\rangle$ to jest foton $|\leftrightarrow\rangle$ lub $|\updownarrow\rangle$ tylko my nie wiemy który.
Łatwo to obalić wystarczy ustawić polaryzator ⊘. Wszystkie $|\nearrow\rangle$ będą przechodzić a gdyby to były $|\leftrightarrow\rangle$ lub $|\updownarrow\rangle$ to

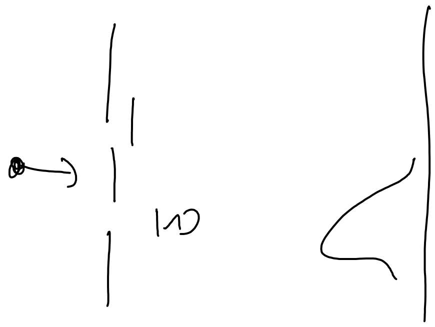
przechodziłby tylko 50%.

Kwantowa superpozycja – podstawowa własność mech. kw.

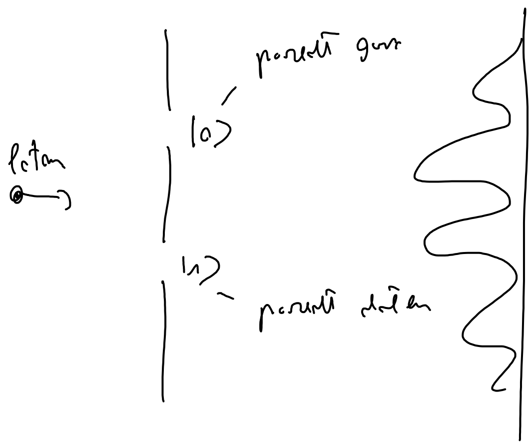
Eksperyment z dwiema szczelinami



$= |0\rangle$



$= |1\rangle$



$= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$

foton przechodzi
jednocześnie obiema
szczelinami
– stąd interferencja

To jest co innego niż
poszedł górą lub dołem tylko nie wiemy
którędy.