

# Czy można sklonować foton?

Rafał Demkowicz-Dobrzański \*

W ostatnich latach ogromne emocje rozpała problem klonowania organizmów żywych. W 1997 roku biologom udało się sklonować słynną owieczkę Dolly. Sklonować, czyli z owieczki, mającej w swoich komórkach pewien unikalny kod genetyczny, wytworzyć jej genetyczną kopię. To znaczy osobnika (owieczkę) z dokładnie takim samym zestawem genów.

Metoda jaką stosują biologowie jest następująca. Komórkę jajową przedstawiciela danego gatunku pozbawiamy materiału genetycznego. Następnie, z osobnika którego chcemy sklonować pobieramy jedną komórkę (np. ze skóry) i materiał genetyczny tej komórki umieszczamy w oczyszczonej uprzednio komórce jajowej. Taka komórka jajowa zaczyna się dzielić i powstaje zarodek, który następnie jest umieszczany w łonie przybranej matki, gdzie się dalej rozwija. Na końcu, jeśli wszystko poszło według planu, rodzi się osobnik, który jest wierną genetyczną kopią oryginału.

Opisany powyżej proces klonowania jest technicznie bardzo skomplikowany i wciąż nie do końca zrozumiany. Oczywiście, im organizm prostszy tym łatwiej powinno się go dać klonować. Łatwiej jest sklonować pierwotniaka niż owcę, nie mówiąc już o wirusach, których kod genetyczny potrafimy złożyć z pojedynczych nukleotydów i wyprodukować na zamówienie ile chcemy kopii według danego przepisu.

A czy możemy sklonować cząsteczkę chemiczną? Wyobraźmy sobie takie zadanie: ktoś przysłała nam w kopercie pewną nieznaną nam cząsteczkę chemiczną. Mamy do dyspozycji wszystko czego dusza zapagnie - nowoczesne laboratorium, wszelkie substancje chemiczne,... Polecenie jest proste: wytworzyć cząsteczkę chemiczną taką samą jak otrzymana w kopercie. Otwieramy więc kopertę i badamy ostrożnie przyslaną cząsteczkę, tak żeby jej nie zniszczyć, a dowiedzieć się z jakich atomów się składa. Możemy to na przykład zrobić świecąc na nią światłem laserowym i obserwując światło jakie tak wzbudzona cząsteczka emituje. Gdy już poznamy z jakich atomów się składa musimy użyć naszej chemicznej wiedzy aby dokonać syntezy tej cząsteczki (zazwyczaj uzyskamy całe mnóstwo takich cząsteczek) i klonowanie gotowe.

Czy rzeczywiście sklonowana cząsteczka jest identyczna z oryginałem? Odpowiedź na to pytanie zależy od tego co rozumiemy przez słowo „identyczna”. Jeśli chodzi nam tylko o skład atomowy cząsteczki to rzeczywiście odnieśliśmy sukces. Ale jeśli ktoś ma wyższe wymagania i zażąda, żeby sklonowana cząsteczka była w dokładnie takim samym stanie kwantowym co cząsteczka przysłana w kopercie to jest to już znacznie poważniejsze wyzwanie. Mówiąc w takim samym stanie kwantowym mam na myśli, że wszystkie atomy a wraz z nimi elektrony, protony, neutrony należące do cząsteczki-klonu są w tym samym stanie co elektrony, protony i neutrony z cząsteczki oryginalnej.

Okazuje się że takiego zadania nie jesteśmy w stanie wykonać! Zaskakującym twierdzeniem mechaniki kwantowej jest to, że wierne klonowanie nieznanego układu kwantowego (np. cząsteczki chemicznej) jest niemożliwe!

Żeby zrozumieć skąd się bierze tak ostre ograniczenie mechaniki kwantowej na nasze możliwości powielania zajmiemy się obiektem jeszcze prostszym od cząsteczki chemicznej. Zajmiemy się pojedynczą cząsteczką światła - fotonem. Zobaczymy na tym przykładzie, że sklonowanie nawet

---

\*Rafal.Dobrzanski@cft.edu.pl

czegoś tak mało skomplikowanego jak foton okaże się niemożliwe w świetle obecnie uznawanych praw fizyki.

Myśląc o świetle w sposób klasyczny mówimy, że światło jest falą elektromagnetyczną. Długość fali  $\lambda$  (odstęp między kolejnymi brzuszkami) decyduje o tym jakiego koloru jest światło. Większe długości fali ( $\lambda \approx 750nm$ ) odpowiadają kolorowi czerwonemu, krótsze ( $\lambda \approx 400nm$ ) fioletowemu, a pośrednie długości fali związane są z pozostałymi kolorami widma. Natomiast, fale elektromagnetyczne o długościach mniejszych od  $400nm$  to ultrafiolet, promieniowanie rentgenowskie, promieniowanie gamma, a fale o długościach większych to podczerwień, mikrofałe oraz fale radiowe. W dalszej części myślimy jednak o świetle widzialnym, chociaż rozważania te można by w zasadzie przeprowadzić dla innych długości fal elektromagnetycznych.

Poza barwą światło ma jeszcze inną ważną cechę - polaryzację. Fala elektromagnetyczna jest falą poprzeczną, co oznacza, że pole elektryczne i magnetyczne drgają w kierunkach prostopadłych do kierunku rozchodzenia się fali. Rozważmy falę elektromagnetyczną, która pada prostopadle na kartkę którą właśnie czytacie. Poprzeczność fali oznacza, że pola elektryczne i magnetyczne będą wektorami leżącymi w płaszczyźnie kartki. Z równań Maxwella wynika, że kierunki drgań pola elektrycznego i magnetycznego są do siebie prostopadłe. Jeśli pole elektryczne drga w kierunku pionowym to pole magnetyczne drga w kierunku poziomym. Umownie przyjmujemy, że kierunek polaryzacji światła to kierunek drgań pola elektrycznego. Światło ma polaryzację pionową jeśli pole elektryczne fali drga w kierunku pionowym. Analogicznie mówimy, że światło ma polaryzację poziomą jeśli pole elektryczne drga w kierunku poziomym. Światło może być spolaryzowane w dowolnym kierunku np. pod kątem  $45^\circ$  do poziomu, ważne jest tylko by kierunek polaryzacji leżał w płaszczyźnie kartki (prostopadle do kierunku rozchodzenia się fali). Żeby wytworzyć tak spolaryzowane światło wystarczy przepuścić światło niespolaryzowane np. z żarówki (w takim świetle jest mnóstwo fal o zupełnie przypadkowych polaryzacjach i dlatego właśnie nazywamy je niespolaryzowanym) przez polaryzator który przepuści tylko światło o określonej polaryzacji. Możemy kręcić polaryzátorem tak aby zamiast przepuszczać światło spolaryzowane np. pionowo przepuścił światło spolaryzowane np. pod kątem  $45^\circ$ . W ten sposób możemy wytworzyć światło o dowolnej polaryzacji liniowej. Istnieje jeszcze tzw. polaryzacja kołowa światła, której nie będziemy jednak potrzebować w dalszych rozważaniach.

O świetle nie da się jednak myśleć jedynie jako o fali. W wielu sytuacjach światło przejawia naturę cząsteczkową (korpuskularną) i trzeba myśleć o nim, że składa się z cząstek. Te cząstki nazywamy fotonami. Fotonom przypisujemy takie same cechy co fali elektromagnetycznej: kolor i polaryzację, jakkolwiek trudno intuicyjnie uchwycić pojęcie polaryzacji, czy koloru pojedynczego fotonu.

Zapomnijmy na jakiś czas o tym, że foton ma kolor i skupmy się tylko na jego polaryzacji. To pomoże nam zrozumieć dlaczego klonowanie fotonu jest niemożliwe. Jeśli ustawimy idealny polaryzator tak aby przepuszczał światło spolaryzowane pionowo, a następnie puścimy na taki polaryzator pojedynczy foton o polaryzacji pionowej to foton ten na 100% przejdzie przez polaryzator. Jeśli na ten sam polaryzator puścimy foton spolaryzowany poziomo, to tym razem foton na pewno przez polaryzator nie przejdzie. W takim razie, jeśli ktoś prześle nam jeden foton, a my nie wiemy czy jest on spolaryzowany pionowo czy poziomo to wystarczy wziąć taki polaryzator i jeśli foton przejdzie to oznacza że miał polaryzację pionową, a jeśli nie to oznacza, że miał poziomą. Ale co będzie jeśli ktoś nam prześle pojedynczy foton o polaryzacji pod kątem  $45^\circ$ ? Czy nasz polaryzator go zatrzyma czy przepuści? Otóż tu właśnie objawia swoją naturę fizyka kwantowa i mówi: „Nie można przewidzieć czy foton przejdzie czy nie! Można powiedzieć tylko, że z prawdopodobieństwem 50% przejdzie a z prawdopodobieństwem 50% nie”. Jeśli ktoś nam przesyła pojedynczy foton o polaryzacji albo poziomej, albo pionowej, albo  $45^\circ$ , to my ustawiając

polaryzator i sprawdzając czy foton przeszedł czy nie, nie jesteśmy w stanie stwierdzić jaki foton został nam przysłany! Jeśli foton przejdzie przez polaryzator to nie wiemy czy był to foton o polaryzacji pionowej, czy też foton o polaryzacji  $45^\circ$ , któremu szczęśliwie (z prawdopodobieństwem 50%) udało się przejść przez polaryzator. Jedyne co możemy w tej sytuacji powiedzieć to to, że na pewno nie był to foton o polaryzacji poziomej, bo ten by na pewno nie przeszedł. Analogicznie ma się sytuacja gdy foton przez polaryzator nie przejdzie. Możemy wtedy powiedzieć że na pewno nie był to foton o polaryzacji pionowej, ale nie jesteśmy w stanie rozstrzygnąć czy był to foton o polaryzacji poziomej czy polaryzacji  $45^\circ$ <sup>1</sup>.

Wróćmy teraz do klonowania. Ktoś nam przesyła „w kopercie” foton o nieznannej polaryzacji. Naszym zadaniem jest sklonować ten foton, to znaczy zwrócić zleceniodawcy dwa fotony o takiej samej polaryzacji jak foton przysłany. Nasuwa się strategia, najpierw sprawdzimy jaką polaryzację ma foton a potem wytworzymy jego kopię. Spróbujmy postąpić w sposób opisany w poprzednim akapicie. Ustawiamy polaryzator np. tak by przepuszczał światło spolaryzowane pionowo i... no cóż mamy ten sam problem co poprzednio. Jeśli foton przejdzie to wiemy tylko tyle że nie był to foton spolaryzowany poziomo, ale mógł być to foton spolaryzowany pionowo, albo foton o polaryzacji pod kątem  $8^\circ$ ,  $17^\circ$ ,  $34^\circ$ ,  $77^\circ$ , ..., któremu szczęśliwie udało się przejść. Więc właściwie nic nie wiemy. Co gorsza po dokonaniu pomiaru nieodwracalnie zaburzyliśmy stan fotonu. Jeśli foton miał polaryzację  $45^\circ$  i szczęśliwie udało mu się przejść przez polaryzator, to po przejściu jest już fotonem o polaryzacji pionowej i całkowicie „zapomniał” swoją pierwotną naturę. Widać że ta metoda nie pozwoli nam sklonować fotonu. A może jest inna?

Może nie należy wykonywać pomiaru na przysłanym fotonie. Kwantowa natura fotonu nie pozwala dowiedzieć się o nim tego czego byśmy chcieli przy pomocy pomiaru na pojedynczym egzemplarzu. I to nie dlatego, że pomiar przy pomocy polaryzatora jest zbyt prymitywny. Każdy inna próba pomiaru polaryzacji pojedynczego fotonu zostawiłaby nam ten sam niedosyt.

Zrezygnujmy więc z pomiaru i zastanówmy się czy możemy sklonować foton nie dowiadując się wcale jaki on jest. To zadanie nie jest wcale aż tak absurdalne. Możemy na przykład przygotować urządzenie, do którego wpuszczamy foton, on tam oddziałuje z jakimś wzbudzonym atomem, który w wyniku oddziaływania wysyła dodatkowy foton o takiej samej polaryzacji jak foton, który wpadł do urządzenia. Na żadnym etapie tego procesu nie wykonujemy pomiaru, nie wiemy więc jaka jest polaryzacja przysłanego fotonu. Po wyprodukowaniu jego kopii oba fotony odsyłamy zleceniodawcy, również teraz nie mierząc ich polaryzacji (bo moglibyśmy coś popsuć).

Niestety okazuje się, że nie można skonstruować takiego urządzenia, które by klonowało foton o nieznannej polaryzacji i było zgodne ze znanymi nam prawami mechaniki kwantowej. Przedstawię tutaj dowód tego faktu wynikający jedynie z tego, że wszelkie operacje w mechanice kwantowej (pomiar, ewolucja układu) są operacjami liniowymi.

Wyobraźmy sobie maszynę, która potrafi dobrze klonować fotony mające albo polaryzację pionową, albo poziomą (taka maszyna jest dopuszczalna przez mechanikę kwantową). Oznaczmy stan początkowy maszyny jako  $|M_0\rangle$ . Oznaczenie stanu w postaci  $|\rangle$  nosi w fizyce nazwę „ket”. Zapiszmy co robi maszyna jeśli dostanie na wejściu foton o polaryzacji poziomej  $|\leftrightarrow\rangle$ , lub foton o polaryzacji pionowej  $|\updownarrow\rangle$ :

$$\begin{cases} |\leftrightarrow\rangle|M_0\rangle \longrightarrow |\leftrightarrow\rangle|\leftrightarrow\rangle|M_1\rangle \\ |\updownarrow\rangle|M_0\rangle \longrightarrow |\updownarrow\rangle|\updownarrow\rangle|M_2\rangle \end{cases} \quad (1)$$

---

<sup>1</sup>Zamiast polaryzacji  $45^\circ$  można by użyć w powyższych rozważaniach polaryzacji światła pod dowolnym kątem np.  $30^\circ$ , byle tylko innej niż pozioma i pionowa. Spowodowałyby to jedynie zmianę prawdopodobieństw przejścia lub nie przejścia takiego fotonu przez polaryzator, zamiast 50% i 50%, byłyby np. 25% i 75%. Nie zmieniłyby to jednak zasadniczych wniosków z dyskusji

Zapis po lewej stronie oznacza, że na początku mamy foton o pewnej polaryzacji (poziomej, pionowej), oraz maszynę w stanie początkowym. Po działaniu maszyny, na wyjściu otrzymujemy dwa fotony o tych samych stanach polaryzacyjnych oraz maszynę, której stan może w ogólności zależeć od tego jaki foton klonowała (stąd różne stany  $|M_1\rangle$  oraz  $|M_2\rangle$ ). W zapisie po prawej stronie mamy trzy „kety” pierwszy oznacza stan pierwszego fotonu, drugi oznacza stan drugiego fotonu a trzeci stan maszyny. Można myśleć o tych „ketach”, że są przez siebie mnożone, co będzie ważne w dalszej części rozumowania. Jest to najogólniejsza postać maszyny, która dobrze klonuje stany  $|\leftrightarrow\rangle$  oraz  $|\updownarrow\rangle$ . Sprawdźmy teraz czy ta maszyna dobrze sklonuje również foton o innej niż pionowa lub pozioma polaryzacji np.  $45^\circ$ .

Stan fotonu o polaryzacji  $45^\circ$  w mechanice kwantowej zapisuje się jako  $|45^\circ\rangle = 1/\sqrt{2}(|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle)$ . O stanach w mechanice kwantowej można myśleć jak o wektorach o długości 1. W tym przypadku jest to szczególnie intuicyjne. Można myśleć że stan  $|\leftrightarrow\rangle$  to wektor długości 1 skierowany np. w prawo, stan  $|\updownarrow\rangle$  to wektor długości 1 skierowany do góry. A stan  $|45^\circ\rangle$  to wektor skierowany pod kątem  $45^\circ$ . O stanie  $|45^\circ\rangle$  można myśleć jako o pewnej kombinacji polaryzacji pionowej i poziomej<sup>2</sup>. Współczynnik  $1/\sqrt{2}$  zapewnia że długość wektora  $|45^\circ\rangle$  jest 1.

Co by oznaczało dobre klonowanie stanu  $|45^\circ\rangle$ ? Na wyjściu chcielibyśmy uzyskać dwa fotony w stanie  $|45^\circ\rangle$  czyli stan:

$$|45^\circ\rangle|45^\circ\rangle|M_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle) \frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle)|M_3\rangle \quad (2)$$

gdzie  $|M_3\rangle$  oznacza stan maszyny po klonowaniu, który może być w ogólności inny od  $|M_1\rangle$  i  $|M_2\rangle$ . Wymnażając nawiasy przez siebie otrzymujemy, że stan jaki chcielibyśmy uzyskać jest postaci:

$$\frac{1}{2}(|\leftrightarrow\rangle|\leftrightarrow\rangle + |\leftrightarrow\rangle|\updownarrow\rangle + |\updownarrow\rangle|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle|\updownarrow\rangle)|M_3\rangle \quad (3)$$

A co nam da nasza maszyna klonująca jeśli wpuścimy do niej stan  $|45^\circ\rangle = 1/\sqrt{2}(|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle)$ ? Skorzystamy tutaj z zapowiadanej wcześniej liniowości mechaniki kwantowej i wzorów (1):<sup>3</sup>

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle)|M_0\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\rangle|\leftrightarrow\rangle|M_1\rangle + |\updownarrow\rangle|\updownarrow\rangle|M_2\rangle). \quad (4)$$

Niestety ku naszemu zmartwieniu musimy stwierdzić, że jest to znacząco inny stan niż ten w wyrażeniu (3), który chcieli byśmy uzyskać od idealnej maszyny klonującej. Nawet jeśli przyjmemy, że  $|M_1\rangle = |M_2\rangle = |M_3\rangle$  to i tak wyrażenia będą się różnić tym, że w równaniu (4), w końcowym stanie mamy w nawiasie dodane do siebie dwa człony, a w wyrażeniu (3) są cztery składniki, z których żadne nie skracają się ze sobą. Podsumowując, każda maszyna, która dobrze klonuje stany  $|\updownarrow\rangle$  i  $|\leftrightarrow\rangle$  nie może dobrze klonować stanu  $|45^\circ\rangle$ . Czyli nie ma urządzenia klonującego dobrze foton o dowolnej polaryzacji.

Z tego wszystkiego płynie bardzo prosty i ogólny wniosek. Rozważaliśmy jeden z najprostszych przykładów układu kwantowego, i doszliśmy do wniosku, że nie da się sklonować tego układu, jeśli znajduje się on w nieznanym stanie. Oczywiście jeśli interesują nas tylko wybrane stany kwantowe

<sup>2</sup>Równie dobrze polaryzację poziomą i pionową można by wyrazić np. przez polaryzację pod kątem  $45^\circ$  i polaryzację pod kątem  $135^\circ$ . Matematycznie oznacza to, że zdecydowaliśmy się na wybór pewnej bazy w przestrzeni wektorowej. To tak jak opisując wektory na płaszczyźnie możemy wybrać różne układy współrzędnych. Np. zamiast osi  $x, y$  możemy wybrać układ współrzędnych  $x', y'$  obrócony względem tamtego o  $45^\circ$  i rozpisywać wektory w nowym układzie współrzędnych.

<sup>3</sup>Operację  $A$  na wektorach nazywamy liniową jeśli spełnione są prawa:  $A(\vec{v} + \vec{w}) = A(\vec{v}) + A(\vec{w})$ ,  $A(\alpha\vec{v}) = \alpha A(\vec{v})$ , gdzie  $\vec{v}, \vec{w}$  dowolne wektory, a  $\alpha$  jest liczbą.

np. tylko polaryzacja pionowa i pozioma to klonowanie jest możliwe. Wszystko to przenosi się na bardziej skomplikowane układy kwantowe takie jak atomy, cząsteczki a nawet owieczki. Mając jeden egzemplarz układu kwantowego i nic nie wiedząc o jego stanie nie da się stworzyć jego wiernej kopii. Przez wierną rozumiemy oczywiście układ w dokładnie takim samym stanie kwantowym (w przypadku fotonu stan kwantowy utożsamiliśmy z jego polaryzacją).

Na problem klonowania stanów kwantowych można patrzeć, jak na problem powielenia pewnej informacji. Trudność kwantowego klonowania nie polega na tym, że nie mamy materiałów żeby wytworzyć klon, ani że nie umiemy złożyć odpowiednich części ze sobą. Problem tkwi natomiast tym, że nie potrafimy powielić stanu kwantowego układu. Mówiąc inaczej nie umiemy powielić kwantowej informacji zapisanej w stanie układu. Klasyczna informacja łatwo poddaje się powieleniu, natomiast kopiowanie informacji kwantowej jest niemożliwe. Ograniczenie to ma swoje dobre strony. Dzięki temu istnieje bezpieczna kwantowa metoda rozsyłania klucza, którego użyć można do szyfrowania wiadomości (kryptografia kwantowa).

A co z tego wynika dla owieczek? Biologowie mają mniejsze wymagania co do tego co to jest wierne klonowanie. Nie martwią się o kwantową naturę układu i dlatego mogą się szczycić tym, że umieją klonować. My jednak wiemy, że nie ma metody żeby owieczka Dolly, była naprawdę (kwantowo) identyczna ze swoim pierwowzorem!