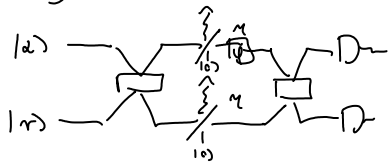


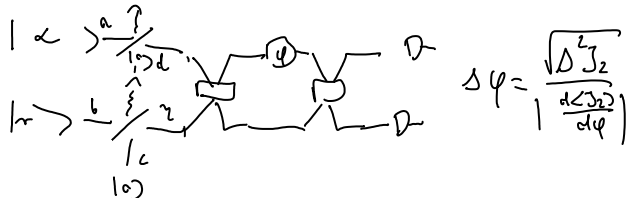
Żeby ocenić przydatność kwantowej metrologii musimy uwzględnić

dekoherencję. ∴ strata, dekoherencja, ...

11.1 Wpływ strat na praktyczny interferometryczny wykorzystanie stanu ścisnie związanego:



Wzrosty przekładni straty: $\tilde{J}_z = \frac{J_z}{\eta}$



Wyrażenie $\langle J_z \rangle$, ΔJ_z w funkcji $\langle J_x \rangle_{in}$ oraz innych danych przekładni przez przybliżenie $\eta \ll 1$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \tilde{a} \\ \tilde{c} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \sqrt{\eta} & \sqrt{1-\eta} \\ \sqrt{1-\eta} & \sqrt{\eta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \tilde{b} \\ \tilde{d} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \sqrt{\eta} & \sqrt{1-\eta} \\ \sqrt{1-\eta} & \sqrt{\eta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \langle \tilde{J}_z \rangle = \cos\varphi \langle J_z \rangle_{in} - \sin\varphi \langle J_x \rangle_{in} \\ \langle \tilde{J}_z \rangle_{in} = \langle \frac{1}{2} (\tilde{a}^\dagger \tilde{a} - \tilde{b}^\dagger \tilde{b}) \rangle_{in} = \frac{1}{2} (\sqrt{\eta} a^\dagger + \sqrt{1-\eta} c^\dagger)(\sqrt{\eta} a + \sqrt{1-\eta} c) \\ - (\sqrt{\eta} b^\dagger + \sqrt{1-\eta} d^\dagger)(\sqrt{\eta} b + \sqrt{1-\eta} d) \rangle_{in} = \eta \langle J_z \rangle_{in} \\ \langle \tilde{J}_x \rangle_{in} = \eta \langle J_x \rangle_{in} \end{cases}$$

$$\langle \tilde{J}_z \rangle = \eta [\cos\varphi \langle J_z \rangle_{in} - \sin\varphi \langle J_x \rangle_{in}]$$

Amalgicimie

$$\Delta^2 \tilde{J}_z = \cos^2\varphi \Delta^2 J_z|_{in} + \sin^2\varphi \Delta^2 J_x|_{in} - 2\cos\varphi\sin\varphi \text{cov}(J_x, J_z)|_{in}$$

ale tu błąd wliczył od $|0\rangle_c, |0\rangle_d$:

$$\begin{aligned} \langle \tilde{J}_z^2 \rangle_{in} &= \frac{1}{4} \langle (\tilde{a}^\dagger \tilde{a} - \tilde{b}^\dagger \tilde{b})^2 \rangle_{in} = \\ &= \frac{1}{4} \langle [(\sqrt{\eta} a^\dagger + \sqrt{1-\eta} c^\dagger)(\sqrt{\eta} a + \sqrt{1-\eta} c) - (\sqrt{\eta} b^\dagger + \sqrt{1-\eta} d^\dagger)(\sqrt{\eta} b + \sqrt{1-\eta} d)]^2 \rangle \\ &= \eta^2 \langle J_z^2 \rangle_{in} + \frac{1}{4} (\sqrt{\eta} a^\dagger + \sqrt{1-\eta} c^\dagger \sqrt{1-\eta} c + \sqrt{\eta} a \\ &\quad + \sqrt{\eta} b^\dagger + \sqrt{1-\eta} d^\dagger \sqrt{1-\eta} d + \sqrt{\eta} b) \\ &= \eta^2 \langle J_z^2 \rangle_{in} + \frac{1}{4} \eta (1-\eta) (a^\dagger a + b^\dagger b) = \\ &= \eta^2 (\langle J_z^2 \rangle_{in} + \frac{1-\eta}{4} \langle N \rangle_{in}) \end{aligned}$$

$$\Delta^2 \tilde{J}_z = \eta^2 (\cos^2\varphi \Delta^2 J_z|_{in} + \sin^2\varphi \Delta^2 J_x|_{in} - 2\cos\varphi\sin\varphi \text{cov}(J_x, J_z)|_{in} + \frac{1-\eta}{4} \langle N \rangle_{in})$$

$$D(\alpha) @ |r\rangle \quad \text{mamy: } \{ \langle J_x \rangle_{in} = 0, \langle J_z \rangle = \frac{1}{2} (|\alpha|^2 - |\alpha|^2) \}$$

Dla $|\alpha\rangle \otimes |r\rangle$ mamy: $\{ \langle J_x \rangle_{in} = 0, \langle J_z \rangle_{in} = \frac{1}{2}(|\alpha|^2 - \sinh^2 r) \}$

$\langle J_z \rangle = \eta \cos \varphi \frac{1}{2} (|\alpha|^2 - \sinh^2 r)$

$\{ \delta^2 J_{z,in} = \frac{1}{4} (|\alpha|^2 + \frac{1}{2} \sinh^2 2r), \delta^2 J_{x,in} = \frac{1}{4} (|\alpha|^2 \cosh 2r + \sinh^2 r - \text{Re}(\alpha^2 \sinh 2r)) \}$
 $\{ \text{cov}(J_x, J_z) = 0 \quad \langle N \rangle = |\alpha|^2 + \sinh^2 r$

$\delta^2 J_z = \frac{\eta}{4} \left[\cos^2 \varphi (|\alpha|^2 + \frac{1}{2} \sinh^2 2r) + (|\alpha|^2 e^{-2r} + \sinh^2 r) \sin^2 \varphi + \frac{1-\eta}{2} (|\alpha|^2 + \sinh^2 r) \right]$

dla $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$\delta \varphi = \frac{\sqrt{|\alpha|^2 e^{-2r} + \sinh^2 r + \frac{1-\eta}{2} (|\alpha|^2 + \sinh^2 r)}}{|\alpha| - \sinh^2 r}$

W granicy $\langle N \rangle \rightarrow \infty$ optymalnie wziąć $|\alpha| \gg \sinh^2 r$

$\delta \varphi \approx \frac{\sqrt{e^{-2r} + \frac{1-\eta}{2}}}{|\alpha|} \approx \sqrt{\frac{1-\eta}{\eta}} \frac{1}{\sqrt{N}}$

Czyli składowane kłopoty czynniki jedni cyfry?

Gdybyśmy mieli sam stan koheryntny $r=0$

$\delta \varphi = \frac{\sqrt{1 + \frac{1-\eta}{\eta}}}{|\alpha|} = \frac{1}{\sqrt{\eta N}}$

Czyli zyskała to cyfry $\sqrt{1-\eta}$.

Czy da się lepiej?

11.2 Fundamentalne ograniczenia w obecności

dekoherencji (np. strata) poprzez interferencje Focka

Jaka precyzja może osiągnąć N fotunami przy transmisji η ?

Problem - dekoherencja \rightarrow stany mieszane \rightarrow braki
 jawniej postaci QFI i transmisji z optymalizowanymi po NFD.

$|\psi\rangle \rightarrow \boxed{\Lambda_\varphi} \rightarrow \rho_\varphi \leftarrow$ stan mieszany utworzony
 analizę QFI.

$F(\rho_\varphi) = \min_{|\psi_\varphi\rangle_{SE}} F(|\psi_\varphi\rangle)$
 z optymalizacją

$\rho_\varphi = \Lambda_\varphi(|\psi\rangle\langle\psi|) = \sum_i K_i |\psi\rangle\langle\psi| K_i^\dagger$

Mocno nieformalne myślenie o przybliżeniu Krausa

$|\psi\rangle \rightarrow \boxed{V_\varphi} \rightarrow |\psi_\varphi\rangle_{SE} \quad \rho_\varphi = \text{Tr}_E |K_i\rangle\langle K_i|$
 $\in |0\rangle \rightarrow$

$\rho_\varphi = \text{Tr}_E (V_\varphi |\psi\rangle\langle\psi| \langle 0| \langle 0| V_\varphi^\dagger) = \sum_i \underbrace{\langle i| V_\varphi |0\rangle}_{K_i} |\psi\rangle\langle\psi| \underbrace{\langle 0| V_\varphi^\dagger |i\rangle}_{K_i^\dagger}$

$|\psi_\varphi\rangle = V_\varphi |\psi\rangle |0\rangle = \sum_i K_i |i\rangle |\psi\rangle |i\rangle$

Rinne przybliżenie - ronne reprezentacje Krausa kanału Λ_φ

11 - 11.11.11.11

$$V_\varphi \rightarrow \cdot \uparrow \circ W_\varphi \cdot V_\varphi$$

$$K_{i,\varphi} \rightarrow \tilde{K}_{i,\varphi} = \sum_j (W_\varphi)_{ij} K_{j,\varphi}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{K}_c &= \langle i | \cdot \uparrow \circ W_\varphi \cdot V_\varphi | 0 \rangle = \langle i | \cdot \uparrow \circ \sum_j (W_\varphi)_{ij} | i \rangle_j | V_\varphi | 0 \rangle \\ &= \sum_j (V_\varphi)_{ij} K_{j,\varphi} \end{aligned} \right.$$

$$F(|\Psi_\varphi\rangle) = 4 \left(\langle \Psi_\varphi | \Psi_\varphi \rangle - |\langle \Psi_\varphi | \Psi_\varphi \rangle|^2 \right)$$

$$|\Psi_\varphi\rangle = \sum_i K_{i,\varphi} \otimes \uparrow |i\rangle |i\rangle$$

$$F(|\Psi_\varphi\rangle) = 4 \left(\sum_i \langle \Psi | K_{i,\varphi}^\dagger K_{i,\varphi} | \Psi \rangle - \left| \sum_i \langle \Psi | K_{i,\varphi}^\dagger K_{i,\varphi} | \Psi \rangle \right|^2 \right)$$

$$\leq 4 \langle \Psi | \sum_i K_{i,\varphi}^\dagger K_{i,\varphi} | \Psi \rangle$$

$$F(S_\varphi) \leq 4 \min_{\{K_{i,\varphi}\}} \langle \Psi | \sum_i K_{i,\varphi}^\dagger K_{i,\varphi} | \Psi \rangle$$

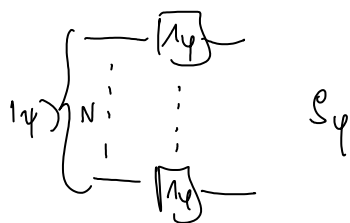
$$\max_{|\Psi\rangle} F(S_\varphi) \leq 4 \max_{|\Psi\rangle} \min_{\{K_{i,\varphi}\}} \langle \Psi | \sum_i K_{i,\varphi}^\dagger K_{i,\varphi} | \Psi \rangle$$

$$\leq 4 \min_{\{K_{i,\varphi}\}} \left\| \sum_i K_{i,\varphi}^\dagger K_{i,\varphi} \right\|$$

Optymalizacja QFI stanem wyznaczonym przez wciśnięcie kanału.

Wytemersi zależy od tego czy potrafimy znaleźć wciśnięcie reprezentujące kanał dającą maksymalne ograniczenie.

11.3 Niezharmoniczny szum



$$\mathcal{L}_\varphi^{\otimes N}(\cdot) = \sum_{i_1, \dots, i_N} K_{i_1, \varphi} \otimes \dots \otimes K_{i_N, \varphi} (\cdot) K_{i_1, \varphi}^\dagger \otimes \dots \otimes K_{i_N, \varphi}^\dagger$$

Formuła reprezentująca kanał nie musi mieć struktury tensorowej. Myż się do tego ograniczyć.

$$F(S_\varphi) \leq 4 \min \left\| \sum_i (K_{i,\varphi} \otimes \dots \otimes K_{i,\varphi})^\dagger (K_{i,\varphi} \otimes \dots \otimes K_{i,\varphi}) \right\|$$

$\{K_{i,\varphi}\}$ łańcuch
 reprezentacji Kramera p. i. j. m. e. g. s.
 kamień

$$= 4 \min \left\| \sum_{i_1, i_2} \sum_{k=1}^N K_{i_1, \varphi}^\dagger K_{i_2, \varphi} \otimes K_{i_1, \varphi}^\dagger K_{i_2, \varphi} \otimes \dots \otimes K_{i_1, \varphi}^\dagger K_{i_2, \varphi} \right\|$$

$$+ \sum_{k_1 \neq k_2} K_{i_1, \varphi}^\dagger K_{i_2, \varphi} \otimes K_{i_1, \varphi}^\dagger K_{i_2, \varphi} \otimes \dots \otimes K_{i_1, \varphi}^\dagger K_{i_2, \varphi} \otimes K_{i_1, \varphi}^\dagger K_{i_2, \varphi} \left\| \right.$$

$$\leq 4 \min \left(N \underbrace{\left\| \sum_i K_{i, \varphi}^\dagger K_{i, \varphi} \right\|}_\alpha + N(N-1) \underbrace{\left\| \sum_i K_{i, \varphi}^\dagger K_{i, \varphi} \right\|^2}_\beta \right)$$

Teraz wystarczy znaleźć reprezentację Kramera t.j. $\|\beta\| = 0$ i
 mamy składowane uniwersalne F_2 o tym samym $\frac{1}{\sqrt{N}}$ przekrycia
 Amalgamujemy w tej samej kamieniu definiując go na jednym
 (1-2) kł. ∇

11.4. Strony ketanców:

Kamień górnego ketancu: $|0\rangle, |1\rangle \rightarrow |0\rangle, |1\rangle, |v\rangle$
 $|0\rangle \xrightarrow{1} \otimes \xrightarrow{2} \otimes \dots$
 $|1\rangle \xrightarrow{1} \otimes \dots$

$$A_\varphi = \sum_i K_{i, \varphi} \cdot K_{i, \varphi}^\dagger \quad K_{i, \varphi} = K_i U_\varphi \quad U_\varphi = \begin{pmatrix} e^{i\varphi} & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$K_0 = \begin{pmatrix} \sqrt{\eta} & 0 \\ 0 & \sqrt{\eta} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad K_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c & c \\ \sqrt{\eta} & 0 \end{pmatrix} \quad K_2 = \begin{pmatrix} 0 & c \\ c & c \\ 0 & \sqrt{\eta} \end{pmatrix}$$

ketan pierwszy z $p=\eta$ ketan drugi z $p=\eta, \eta$ z m. kł. $|0\rangle, |1\rangle$

$$K_{0, \varphi} = \begin{pmatrix} \sqrt{\eta} e^{i\varphi} & 0 \\ 0 & \sqrt{\eta} e^{-i\varphi} \\ a & c \end{pmatrix} \quad K_{1, \varphi} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c & c \\ \sqrt{\eta} e^{i\varphi} & 0 \end{pmatrix} \quad K_{2, \varphi} = \begin{pmatrix} c & 0 \\ c & c \\ 0 & \sqrt{\eta} e^{-i\varphi} \end{pmatrix}$$

P. i. d. kł. u. i. g. n. y w $\varphi=0$

$$K_{0, \varphi}|_{\varphi=0} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{\eta} & 0 \\ a & -\frac{1}{2}\sqrt{\eta} \\ c & c \end{pmatrix} \quad K_{1, \varphi}|_{\varphi=0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c & c \\ \sqrt{\eta} & 0 \end{pmatrix} \quad K_{2, \varphi}|_{\varphi=0} = \begin{pmatrix} c & 0 \\ c & c \\ c & -\sqrt{\eta} \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{\eta} & ca \\ \frac{1}{2}\sqrt{\eta} & \frac{1}{2}\sqrt{\eta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{\eta} & 0 \\ c & \sqrt{\eta} \\ 0 & c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & c & -\sqrt{\eta} \frac{1}{2} \\ c & c & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c & c \\ \sqrt{\eta} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c & 0 \\ c & c \\ 0 & \sqrt{\eta} \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & c \\ c & c \\ c & \sqrt{\eta} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ c & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad \|\beta\| = \frac{1}{2} \quad \text{nie celujemy}$$

Ale użycie innej reprezentacji:

$$\widetilde{|1\rangle} = |1\rangle \quad \widetilde{|v\rangle} = e^{-i\varphi} |v\rangle \quad \widetilde{|k_1\rangle} = e^{i\varphi} |k_1\rangle$$

$$\tilde{K}_{0, \psi} = K_{0, \psi} \quad \tilde{K}_{1, \psi} = e^{-\gamma \psi} K_{1, \psi}, \quad \tilde{K}_{2, \psi} = e^{\gamma \psi} K_{2, \psi}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} -\frac{\gamma}{2} \mu + (\mu - \gamma) \left(\frac{\gamma}{2} - \gamma \right) & 0 \\ 0 & \frac{\gamma}{2} \mu + (\mu - \gamma) \left(\frac{\gamma}{2} - \gamma \right) \end{pmatrix} \quad \left(\frac{\gamma}{2} - \gamma \right) = -\frac{\gamma}{2(1-\gamma)} \quad \begin{matrix} 1 + \frac{\gamma}{1-\gamma} = 2\gamma \\ \gamma = \frac{1}{2(1-\gamma)} \end{matrix}$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} \frac{\gamma}{4} \mu + (1-\gamma) \left(\frac{\gamma}{2} - \gamma \right)^2 & 0 \\ 0 & \frac{\gamma}{4} \mu + \left(\frac{\gamma}{2} - \gamma \right)^2 (1-\gamma) \end{pmatrix} \quad \|\alpha\| = \frac{\gamma}{4} \mu + \frac{\mu^2}{4(1-\gamma)} = \frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\gamma} \right)$$

$$F(S_\psi) \leq N \frac{\gamma}{1-\gamma}$$

$$\boxed{\Delta \psi \geq \sqrt{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \frac{1}{\sqrt{N}}}$$

Próbkowanie optymalnych Krawców może zaimplementować jako SDP.

To ograniczenie możemy sformułować jako zmienną N przez \bar{N} (z. wyrażenia F_α)

Wielkość ta służyć może jako jest optymalny.

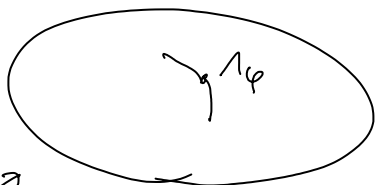
$$N \bar{N} \rightarrow S_{\bar{N}} = \sum_N p_N S_N \quad (\text{baza wielokrotności})$$

$$F(S_{\bar{N}}) \leq \sum_N p_N F(S_N) = \sum_N p_N \sqrt{\frac{1-\gamma}{\gamma}} N \leq \sqrt{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \bar{N}$$

Nr ile ten przypadek jest typowy

11.5 Argument geometryczny co do limitowego składowania precyzji. (nie wykonywałem idealnie porównań...)

$$1_\psi \rightarrow \boxed{1_\psi} \rightarrow S_\psi \quad 1_\psi - \text{składowanie CP}$$



zbiór wypukły kanton kwantowy $1 = p 1_1 + (1-p) 1_2$

$$1_\psi = \int dX p_\psi(X) X \quad - \text{niektóre kombinacje wypukłe kantonów z } p_\psi(X) \text{ zmieniają się tak by } 1_\psi \text{ się zyskiwało}$$

Zamiast myśleć:

$$\varphi \rightarrow \Lambda_\varphi \rightarrow \int_\varphi \Lambda_\varphi(|\varphi\rangle) \xrightarrow{\text{param} \rightarrow \text{operator}} \tilde{\varphi}$$

Myśląc

$$\varphi \xrightarrow{\rho_\varphi(x)} X \rightarrow S_\varphi = \int dx \rho_\varphi(x) X(|\varphi\rangle) \rightarrow \tilde{\varphi}$$

Wtedy informacją o φ mamy większą ilościową wartość
wartości X : (kiedyś więcej losów)

Fakt QFI mierząca jest wytyczną odwracania
mierzalną od estymacyjną parametr:

$$F_Q(\Sigma(S_\varphi)) \leq F_Q(S_\varphi)$$

W naszym przypadku:

$$\varphi \rightarrow \int dx \rho_\varphi(x) X(x) \xrightarrow{\Sigma} \int dx \rho_\varphi(x) X(|\varphi\rangle)$$

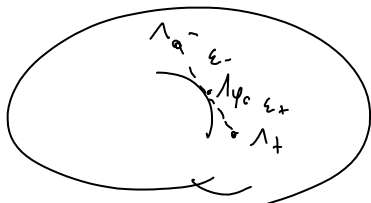
$$\begin{array}{ccc} \rho_\varphi(x) & \text{---} & \boxed{\Sigma} \\ \rho_\varphi & \text{---} & \text{---} & X(|\varphi\rangle) \end{array}$$

$$\Sigma(0) = \int dx \rho_\varphi(x) \cdot X(x)$$

$$F_Q(S_\varphi) \leq F(X) = \int dx \frac{1}{\rho_\varphi(x)} \left(\frac{d\rho_\varphi(x)}{d\varphi} \right)^2$$

Jeli potrafisz znaleźć większą symetrię 2 $F(X)$ skończoną
możesz pierwsze mierzalną ogólniejszą niż $F_Q(S_\varphi)$.

Ale parametry QFI zależy tylko od Λ_φ i $\frac{d\Lambda_\varphi}{d\varphi}|_{\varphi=\varphi_0}$
wystarczy je potrafić odzyskać Λ_φ i mieć po prostu...



Wtedy dwa kandydaci: $\Lambda_\pm = \Lambda_{\varphi_0} \pm \frac{d\Lambda_\varphi}{d\varphi}|_{\varphi=\varphi_0} \cdot \epsilon_\pm$

Pod warunkiem że są to kandydaci spełniający warunki z
zbiorem mierzalną mierzalną: (przez symulację):

$$\Lambda_\varphi = p_+(\varphi) \Lambda_+ + p_-(\varphi) \Lambda_-$$

c i (2.10)

$$p_{\pm}(\varphi) = \frac{\varepsilon_{\mp} \pm (\varphi - \varphi_0)}{\varepsilon_+ + \varepsilon_-}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mathcal{A}_{\varphi_0} &= \frac{\varepsilon_- \mathcal{A}_+ + \varepsilon_+ \mathcal{A}_-}{\varepsilon_+ + \varepsilon_-} = \mathcal{A}_{\varphi_0} \quad \text{OK} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\mathcal{A}_{\varphi}}{d\varphi} \Big|_{\varphi=\varphi_0} &= \frac{\mathcal{A}_+}{\varepsilon_+ + \varepsilon_-} - \frac{\mathcal{A}_-}{\varepsilon_+ + \varepsilon_-} = \frac{d\mathcal{A}_{\varphi}}{d\varphi} \Big|_{\varphi=\varphi_0} \quad \text{OK} \end{aligned} \right.$$

$$F(\mathcal{A}_{\varphi}(k\omega)) \leq F(p_{\pm}(\varphi)) = \frac{1}{p_+(\varphi)} \left(\frac{p_+(\varphi)}{d\varphi} \right)^2 + \frac{1}{p_-(\varphi)} \left(\frac{p_-(\varphi)}{d\varphi} \right)^2$$

$$= \frac{\varepsilon_+ + \varepsilon_-}{\varepsilon_-} \frac{1}{(\varepsilon_+ + \varepsilon_-)^2} + \frac{\varepsilon_+ + \varepsilon_-}{\varepsilon_+} \frac{1}{(\varepsilon_+ + \varepsilon_-)^2} = \frac{1}{\varepsilon_- \varepsilon_+}$$

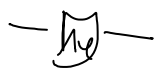
Optima są więc ε_+ i ε_- jak najmniejsze albo największe
ograniczenia:



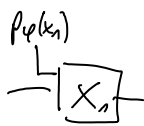
Kontyguizacja



⋮



≡



⋮



$$F_{\Omega}(\mathcal{A}_{\varphi}^{\text{BN}}(k\omega)) \leq N \cdot F(X) \leq \frac{N}{\varepsilon_- \varepsilon_+}$$

$$\Delta\varphi \geq \frac{\sqrt{\varepsilon_- \varepsilon_+}}{\sqrt{N}}$$

Wzrostają więc wymiary geometryczne albo elektr.

celowe ograniczenia - jeśli $\varepsilon_{\pm} > 0$ mogą
stworzone układy (zjawiska typowe)

Określi charakter dla struktury nieliniowej, ...

.....

Szukanie ξ_{\pm} w postaci

rozważymy Chri-Jamie-Tkowskiego

Miejscami $\Lambda(\beta) = \sum_i K_i \beta K_i^+$ mamy

$$\Lambda: \mathcal{L}(\mathcal{H}_{in}) \rightarrow \mathcal{L}(\mathcal{H}_{out})$$

skonstruować.

$$J_{\Lambda} = \Lambda \circ J(1_{\mathcal{Q}}) \langle \mathcal{Q} |$$

$$| \mathcal{Q} \rangle = \sum_{i=1}^{\dim(\mathcal{H}_{in})} |i\rangle \otimes |i\rangle, \quad J_{\Lambda} \in \mathcal{L}(\mathcal{H}_{out} \otimes \mathcal{H}_{in})$$

$$\Lambda \longleftrightarrow J_{\Lambda}$$

odwzorowanie $\in \mathbb{C}^p$ operatory determinujące

$$\begin{aligned} J_{\Lambda} &= \sum_k K_k^+ \otimes \mathbb{1} \sum_{ij} |i\rangle \langle j| K_k \otimes \mathbb{1} = \\ &= \sum_k \underbrace{\left(\sum_i K_k |i\rangle \langle i| \right)}_{|K_k\rangle} \left(\sum_j K_k |j\rangle \langle j| \right)^+ \end{aligned}$$

gdzie $|K_k\rangle$ wektorem w $\mathcal{H}_{out} \otimes \mathcal{H}_{in}$

czyli $\langle K | \sum_{jk} |j\rangle \langle k| |i\rangle \langle i| = \sum_{ij} \langle K | j\rangle \langle i|$

$$\begin{pmatrix} K_{00} & K_{01} \\ K_{10} & K_{11} \end{pmatrix} \rightarrow |K\rangle = \begin{pmatrix} K_{00} \\ K_{01} \\ K_{10} \\ K_{11} \end{pmatrix}$$

$$\Lambda(\beta) = T_{\dim}^{-1} (J_{\Lambda} \cdot \mathbb{1} \circ \beta^T)$$

Szukając ξ_{\pm} mamy więc $J_{\Lambda} \xi_{\pm} = \xi_{\pm} \frac{dJ_{\Lambda}}{d\varphi} \Big|_{\varphi=0}$ i

potrzebujemy znaleźć ξ_{\pm} przez teby operator determinujący

Przykład Determinantów

$$K_{0,1} = \sqrt{\frac{1+\gamma}{2}} U_{\varphi} \quad K_{1,1} = \sqrt{\frac{1-\gamma}{2}} \sigma_z U_{\varphi} \quad \mathcal{Q} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$J_{1\psi} = \frac{1+\eta}{2} \begin{pmatrix} e^{i\psi/2} \\ 0 \\ c \\ e^{-i\psi/2} \end{pmatrix} (c e^{-i\psi/2} \text{ cc } e^{i\psi/2}) + \frac{1-\eta}{2} \begin{pmatrix} e^{i\psi} \\ a \\ 0 \\ -e^{-i\psi/2} \end{pmatrix} (c e^{i\psi/2} \text{ cc } -e^{-i\psi/2})$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \eta c^{i\psi} \\ a & c & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \eta c^{-i\psi} & 0 & c & 1 \end{pmatrix}$$

wtedy $\psi_c = 0$ $J_{1\psi_c} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \eta \\ a & c & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \eta & 0 & c & 1 \end{pmatrix}$

$$\frac{dJ_{1\psi}}{d\psi} \Big|_{\psi=\psi_c} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i\eta \\ c & & & \\ i\eta & 0 & c & 0 \end{pmatrix}$$

$$J_{1\psi_c} + \varepsilon \frac{dJ_{1\psi}}{d\psi} \Big|_{\psi=\psi_c} \geq 0 \Leftrightarrow |\eta(1+i\varepsilon)| \leq 1$$

$$\eta^2 + \eta^2 \varepsilon^2 \leq 1$$

$$\varepsilon \leq \frac{1-\eta^2}{\eta^2}$$

dl. N konstan.

$$\Delta\psi \geq \sqrt{\frac{1-\eta^2}{\eta^2}} \frac{1}{\sqrt{N}}$$

okazuje się że min. rozdzielczość jest sprzeczna z wymogami

⬆️ Problem minimizacji pr. repr. Krausa d.w.