Grupy, Permutacje, Cykle, Znak permutacji

Zadanie 1 Sprawdzić, czy następujące tabelki reprezentują działanie w grupie:

a)

$\odot$	a	b	c
a	c	a	b
b	a	b	c
c	b	c	a

b)

$\odot$	a	b	c	d
a	a	c	d	a
b	b	b	c	d
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

c)

$\odot$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	c	d
c	c	b	a	d
d	d	d	b	c

Zadanie 2 Sprawdzić czy dana para jest grupą

(a) $(\{-1,1\},\cdot)$, (b) $(\{z\in\mathbb{C}:|z|=1\},\cdot)$, (c) $(\{-1,1,i,-i\},\cdot)$, (d) $(\{z\in\mathbb{C}:|z|\le 1\},\cdot)$

Zadanie 3 Niech $D:=\mathbb{R}\setminus\{-1,0\}$ i niech dla $i=1,\ldots,6$ funkcje $f_i\colon D\to D$ będą określone wzorami:

$$f_1(x)=\frac{-x}{x+1} \qquad f_2(x)=\frac{-x-1}{x} \qquad f_3(x)=\frac{1}{x}$$
$$f_4(x)=\frac{-1}{x+1} \qquad f_5(x)=x \qquad f_6(x)=-x-1$$

Sprawdzić, że składanie funkcji $\circ$ jest działaniem w zbiorze $G=\{f_1,f_2,f_3,f_4,f_5,f_6\}$ (zbudować tabelkę tego działania). Czy para $(G,\circ)$ jest grupą?

Zadanie 4 Niech $\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&4&5&1&3&6\end{pmatrix}$, $\tau=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&1&6&4&3&5\end{pmatrix}$. Obliczyć: $\sigma\tau$, $\tau\sigma$, $\tau\sigma^{-1}$

Zadanie 5 Przedstawić w postaci iloczynu cykli rozłącznych następujące permutacje:

(a) $\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6&7&8&9\\8&3&9&7&1&5&4&6&2\end{pmatrix}$, (b) $\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6&7&8&9\\3&8&4&1&7&6&5&9&2\end{pmatrix}$.

Zapisać przy pomocy transpozycji i sprawdzić ich parzystość.

Zadanie 6 Rozwiązać równanie wiedząc, że $x\in S_6$:

$$\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\4&5&1&2&6&3\end{pmatrix}x\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&4&6&5&3&1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\3&1&4&6&5&2\end{pmatrix}$$