

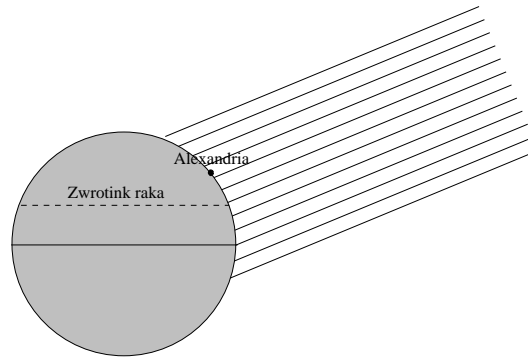
# Seria 1

do oddania 7 X 2003

**Zadanie 1** Policz pierwszą oraz drugą pochodną funkcji  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 4x + 5$ . Jak wygląda dwudziesta trzecia pochodna funkcji  $f(x)$ ?

**Zadanie 2** Zróżniczkuj funkcję  $f(x) = x \sin(ax)$ , gdzie  $a$  jest pewną stałą.

**Zadanie 3** Pewien starożytny grek - Eratostenes z Cyreny (276-196 p.n.e.), dokonał niezwykłego wyczynu jak na swoje czasy. Zmierzył promień ziemi! Skorzystał z tego, że w dniu przesilenia letniego (22 czerwca), nad zwrotnikiem raka słońce w południe znajduje się dokładnie w zenicie (dokładnie nad głową co oznacza, że przedmioty nie rzucają cienia). Wiedząc to Eratostenes tego samego dnia postawił w Aleksandrii (która znajduje się  $L=787\text{km}$  na północ od zwrotnika raka), pionowy słupek o długości  $h=1\text{m}$ . Zaobserwował, że w południe (gdy słońce jest najwyżej na niebie) cień słupa ma długość  $d=12.5\text{cm}$ . Zakładając, że słońce jest na tyle daleko od ziemi, że promienie biegnące od niego są równoległe policz promień ziemi.



**Zadanie 4 (dodatkowe)** Nowo wyprodukowana Syrenka z warszawskich zakładów FSO jedzie po linii prostej. Przejechała dystans  $l$  z prędkością  $v_1$ , po czym przegrzała się, musiała zwolnić i kolejny dystans  $l$  przejechała z prędkością mniejszą równą  $v_2$ . Jaka jest średnia prędkość  $v_s$  Syrenki na tej trasie. Udowodnij, że  $v_1 > v_s > v_2$ .

Drugiego dnia, szczęśliwy właściciel syrenki postanowił wypróbować ją w innym zadaniu. Przez czas  $t$  jechała z prędkością  $v_1$ , ale ponieważ znów się przekrzała więc przez kolejny czas  $t$  jechała z prędkością mniejszą równą  $v_2$ . Ile teraz wynosi prędkość średnia  $v'_s$ . Udowodnij, że w  $v'_s > v_s$

**Życzymy powodzenia!**

Kazimierz Rzążewski  
Rafał Demkowicz-Dobrzański<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>zadania są dostępne pod adresem: [www.cft.edu.pl/~demko/zadania.html](http://www.cft.edu.pl/~demko/zadania.html)