

Informacja Kwantowa 1/2

Seria 9

do oddania na 10.05.2013

Zadanie 1 Rozważ jedno-bitowy kanał $X \rightarrow Y$, $\mathcal{X} = \mathcal{Y} = \{0, 1\}$, gdzie

$$p(y|x) = \begin{array}{c|cc} y \backslash x & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 - \epsilon & 0 \\ \hline 1 & \epsilon & 1 \end{array} \quad (1)$$

Znajdź pojemność \mathcal{C} tego kanału. Zwróć uwagę, że ten kanał nie jest symetryczny ze względu na zamianę wartości bitów wejściowych. Porównaj z pojemnością kanału w którym błąd występowałby w sposób symetryczny: z prawdopodobieństwem ϵ nie zależnie od wartości bitu wejściowego.

Zadanie 2 Alicja koduje informację klasyczną przy użyciu dwóch nieortogonalnych stanów qubitów

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}, \quad |\chi\rangle = \begin{pmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix},$$

wysyłanych z jednakowym prawdopodobieństwem równym $\frac{1}{2}$, gdzie $0 \leq \theta \leq \pi/2$.

a) Obliczyć wielkość Holevo daną wzorem:

$$\mathcal{X} = S\left(\frac{1}{2}|\psi\rangle\langle\psi| + \frac{1}{2}|\chi\rangle\langle\chi|\right) - \frac{1}{2}S(|\psi\rangle\langle\psi|) - \frac{1}{2}S(|\chi\rangle\langle\chi|)$$

b) Podać informację wzajemną \mathcal{I}_{\minerr} gdy Bob wykonuje pomiar minimalizujący błąd.

c) Znaleźć informację wzajemną $\mathcal{I}_{\text{unamb}}$ dla pomiaru jednoznaczego.

d) Posiłkując się klasyczną technologią komputerową narysować na wspólnym wykresie \mathcal{X} , \mathcal{I}_{\minerr} oraz $\mathcal{I}_{\text{unamb}}$ w funkcji $0 \leq \theta \leq \pi/2$.