

Informacja Kwantowa 1/2

Seria 11

do oddania na 30.05.2014

Wiemy, że z unitarności mechaniki kwantowej wynika, że nie istnieje transformacja klonująca wiernie nieortogonalne stany kwantowe. Rozważmy jednak następującą transformację unitarną:

$$U|0\rangle_A \otimes |0\rangle_{A'} \otimes |0\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle_A \otimes |0\rangle_{A'} \otimes |0\rangle_B + \frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi_+\rangle_{AA'} \otimes |1\rangle_B \quad (1)$$

$$U|1\rangle_A \otimes |0\rangle_{A'} \otimes |0\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle_A \otimes |1\rangle_{A'} \otimes |1\rangle_B + \frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi_+\rangle_{AA'} \otimes |0\rangle_B \quad (2)$$

gdzie $|\Psi_+\rangle = (|0\rangle \otimes |1\rangle + |1\rangle \otimes |0\rangle) / \sqrt{2}$. Transformacja ta ma za zadanie dokonania przybliżonego klonowania stanu który na wejściu zapisany jest w podukładzie A tak aby utworzyć jego możliwie wierną kopię na wyjściu w dwóch podukładach A oraz A' , podczas gdy podukład B pełni rolę podukładu pomocniczego.

- Przyjmijmy, że na wejściu wpuszczamy stan $|\psi_\varphi\rangle_A \otimes |0\rangle_{A'} \otimes |0\rangle_B$, gdzie $|\psi_\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{i\varphi}|1\rangle)$ jest pewnym dowolnym stanem qubitu leżącym na sferze Blocha. Oblicz zredukowane macierze gęstości ρ_A oraz $\rho_{A'}$ na wyjściu i sprawdź, że $\rho_A = \rho_{A'}$
- Oblicz wierność klonowania, czyli wielkość $F = \langle \psi_\varphi | \rho_A | \psi_\varphi \rangle$ i wykaż, że nie zależy ona od parametru φ , a tym samym że wszystkie stany z równika sfery Blocha są klonowane z równą wiernością.
- Zastanów się jakie implikacje ma istnienie powyższej transformacji klonującej dla bezpieczeństwa protokołu BB84. Czy powyższą transformację podsłuchiwaniec mógłby wykorzystać jako atak?
- Potraktujmy kanał „oryginał \rightarrow klon”, jako kanał komunikacyjny. Zakładając, że nadawca wysyła stany $|\psi_\varphi\rangle$ z płaskim rozkładem prawdopodobieństwa $p(\varphi) = 1/2\pi$, oblicz wielkość Holevo dla tej komunikacji. Jaki prostszy zestaw stanów można by wpuścić do tego kanału aby uzyskać tę samą wielkość Holevo