

Informacja Kwantowa 1/2

Seria 2

do oddania na 07.03.2013

Otrzymujemy qubit przygotowany w jednym z dwóch nieortogonalnych stanów

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}, \quad |\chi\rangle = \begin{pmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

z prawdopodobieństwami odpowiednio p oraz $1 - p$. Qubit mierzymy za pomocą urządzenia, które posiada dwa możliwe wyniki pomiarów odpowiadające identyfikacji stanów $|\psi\rangle$ oraz $|\chi\rangle$ i opisane jest parą dodatnio określonych operatorów $\hat{M}_\psi, \hat{M}_\chi \geq 0$, gdzie $\hat{M}_\psi + \hat{M}_\chi = \hat{1}$. Za poprawną identyfikację stanu zyskujemy 1€ , natomiast za błędną tracimy 1€ .

a) Pokazać, że wyrażenie na średni zysk w grze \mathbf{P} można zapisać w postaci:

$$\mathbf{P} = \text{Tr}[\hat{\Delta}\hat{M}_\psi] + D,$$

gdzie operator $\hat{\Delta}$ i stała D zależą od stanów $|\psi\rangle$ i $|\chi\rangle$ oraz prawdopodobieństwa p .

b) Rozważyć rozkład operatora $\hat{\Delta}$ na wartości własne i znormalizowane wektory własne:

$$\hat{\Delta} = \lambda_1|u_1\rangle\langle u_1| + \lambda_2|u_2\rangle\langle u_2|$$

i przedyskutować, jak wybór operatora \hat{M}_ψ maksymalizujący \mathbf{P} zależy od znaków wartości własnych λ_1, λ_2 .

c) Obliczyć maksymalną wartość \mathbf{P} dla stanów $|\psi\rangle$ i $|\chi\rangle$ przygotowywanych z prawdopodobieństwami p oraz $1 - p$.