

Informacja Kwantowa 1/2

Seria 8

do oddania na 25.04.2013

Przypuśćmy, że Alicja i Bob otrzymują pary fotonów przygotowane w stanie

$$|\Phi_+\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\rangle_A \otimes |\leftrightarrow\rangle_B + |\updownarrow\rangle_A \otimes |\updownarrow\rangle_B).$$

a) Znaleźć wartość współczynników $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ w przedstawieniu operatora rzutowego $|\Phi_+\rangle\langle\Phi_+|$ w postaci

$$|\Phi_+\rangle\langle\Phi_+| = \frac{1}{4} \left(\hat{\mathbf{1}} \otimes \hat{\mathbf{1}} + \sum_{i=1}^3 \varepsilon_i \hat{\sigma}_i \otimes \hat{\sigma}_i \right).$$

b) Obliczyć funkcję korelacji

$$C_+(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \langle\Phi_+|(\mathbf{a} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \otimes (\mathbf{b} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}})|\Phi_+\rangle.$$

c) Pokazać, że stan $|\Phi_+\rangle$ może zostać przekształcony w stan singletowy

$$|\Psi_-\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\rangle_A \otimes |\updownarrow\rangle_B - |\updownarrow\rangle_A \otimes |\leftrightarrow\rangle_B)$$

poprzez pewną transformację unitarną \hat{U} dokonaną na qubicie B , tj. $|\Psi_-\rangle = (\hat{\mathbf{1}} \otimes \hat{U})|\Phi_+\rangle$.

d) Przypuśćmy, że Alicja do pomiarów swojego qubitu używa $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ oraz $\mathbf{a}' = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Podać

wektory Blocha \mathbf{b} oraz \mathbf{b}' definiujące pomiary qubitu Boba, dla których Alicja i Bob mierząc fotony przygotowane w stanie $|\Phi_+\rangle_{AB}$ zaobserwują maksymalną wartość kombinacji

$$C_+(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + C_+(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + C_+(\mathbf{a}', \mathbf{b}) - C_+(\mathbf{a}', \mathbf{b}').$$