Informacja Kwantowa 1/2

Seria 6

do oddania na 12.11.2014

Przypuśćmy, że źródło emituje pary fotonów, których indywidualne polaryzacje są całkowicie losowe, lecz zawsze ortogononalne względem siebie. Stan taki można opisać operatorem gęstości

$$\hat{\varrho}_{AB} = \frac{1}{4\pi} \int d^2\mathbf{s}\, |\mathbf{s}\rangle_A \langle \mathbf{s}| \otimes |-\mathbf{s}\rangle_B \langle -\mathbf{s}|.$$

gdzie całkowanie $\int d^2\mathbf{s}$ należy wykonać po sferze Blocha o promieniu jednostkowym:

$$\int d^2\mathbf{s} = \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi, \qquad \mathbf{s} = \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\phi \\ \sin\theta\sin\phi \\ \cos\theta \end{pmatrix}$$

a) Znaleźć postać macierzową $\hat{\varrho}_{AB}$ w bazie $|\leftrightarrow\leftrightarrow\rangle, |\leftrightarrow\updownarrow\rangle, |\updownarrow\leftrightarrow\rangle, |\updownarrow\updownarrow\rangle$. Pokazać, że $\hat{\varrho}_{AB}$ jest kombinacją liniową stanu całkowicie mieszanego $\frac{1}{4}\hat{\mathbb{1}}\otimes\hat{\mathbb{1}}$ oraz operatora rzutowego na stan singletowy $|\Psi_-\rangle_{AB}\langle\Psi_-|$.

b) Obliczyć funkcję korelacji $C(\mathbf{a},\mathbf{b}) = \mathrm{Tr}_{AB}[\hat{\varrho}_{AB}(\hat{\sigma}_{\mathbf{a}} \otimes \hat{\sigma}_{\mathbf{b}})]$. Czy można znaleźć jednostkowe wektory $\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}'$ dla których będzie łamana nierówność CHSH $|C(\mathbf{a},\mathbf{b}) + C(\mathbf{a}',\mathbf{b}) + C(\mathbf{a},\mathbf{b}') - C(\mathbf{a}',\mathbf{b}')| \leq 2$?