

# Informacja Kwantowa 1/2

## Seria 1

do oddania na 11.10.2019

**Zadanie 1** Rozważ operację unitarną działającą na pojedynczy qubit postaci:

$$\begin{bmatrix} e^{-i\alpha/2} & 0 \\ 0 & e^{i\alpha/2} \end{bmatrix}$$

Znajdź odpowiednik tej operacji w obrazie sfery Blocha, tzn. macierz  $3 \times 3$  której działanie na wektor Blocha będzie odpowiadać działaniu powyższej macierzy na stan  $|\psi\rangle$ .

Ogólnie, odpowiedz (bez szczegółowego dowodu) jakiej operacji w obrazie sfery Blocha będzie odpowiadać transformacją  $U = e^{-i\alpha\vec{n}\cdot\vec{\sigma}/2}$ .

**Zadanie 2** Napisz macierze gęstości opisujące stan polaryzacyjny fotonu dla następujących sytuacji:

- Ktoś przysłał Ci foton o polaryzacji pionowej z prawdopodobieństwem  $1/3$ , a z prawdopodobieństwem  $2/3$  przysłał foton o polaryzacji pionowej
- Ktoś przysłał Ci foton o polaryzacji pionowej z prawdopodobieństwem  $1/2$ , a z prawdopodobieństwem  $1/2$  przysłał foton o polaryzacji pod kątem  $45^\circ$
- Ktoś przysłał Ci foton o polaryzacji pod kątem  $45^\circ$  z prawdopodobieństwem  $1/2$ , a z prawdopodobieństwem  $1/2$  przysłał foton spolaryzowany pod kątem  $135^\circ$ .
- Dla każdego z tych przypadków oblicz prawdopodobieństwo, że foton przejdzie przez polaryzator ustawiony poziomo

**Zadanie 3** Stany polaryzacyjne fotonu o liniowej polaryzacji poziomej i pionowej oznaczone są odpowiednio przez:

$$|\leftrightarrow\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |\updownarrow\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Fotony są przepuszczane przez urządzenie, które zmienia ich stan polaryzacyjny. Działanie urządzenia opisuje unitarna macierz:

$$U = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}.$$

W jakim stanie powinny znajdować się fotony wpuszczane do tego urządzenia aby ich stan nie zmienił się (stan układu uznajemy za taki sam również wtedy jeśli wektor wyjściowy różni się od wejściowego o czynniki  $e^{i\epsilon}$ ). Jakiej polaryzacji fotonu odpowiadają te stany? Jaką macierzą opisał(a)byś operację która jest dokonywana przez dwa takie urządzenia ustawione jedno po drugim?

**Zadanie 4** Do urządzenia z poprzedniego zadania wpuszczono foton o stanie polaryzacyjnym:

$$|\psi\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}|\leftrightarrow\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|\updownarrow\rangle = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} \end{bmatrix}$$

Po przejściu fotonu przez urządzenie dokonano pomiaru polaryzacji fotonu w bazie:

$$|e_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad |e_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Jakie jest prawdopodobieństwo zmierzenia  $|e_1\rangle$ , a jakie jest prawdopodobieństwo zmierzenia  $|e_2\rangle$ .