

Informacja Kwantowa 1/2

Seria 14

do oddania na 06.02.2020

Zadanie 1 Rozważmy kanał, na którym błąd ‘bit-flip’ (σ_x) na każdym pojedynczym qubicie zachodzi z prawdopodobieństwem p (a z prawdopodobieństwem $1 - p$ qubit pozostaje niezmienny). Stosujemy najprostszy schemat kwantowej korekcji błędów podany na wykładzie, wykorzystujący kodowanie $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \mapsto \alpha|000\rangle + \beta|111\rangle$. Zakładając doskonałe działanie wszystkich procedur:

- jakie jest prawdopodobieństwo, że algorytm nas zawiedzie (tzn. po dokonaniu korekcji błędów otrzymamy stan inny niż wyjściowy)?
- w rozsądny sposób uogólnij algorytm do kodowania na n kopiach (gdzie n jest nieparzyste). Podaj ogólny wzór (w postaci sumy) na prawdopodobieństwo błędnego wyniku w takiej sytuacji.
- przyjmując $p = 0.1$, jak duże n będzie wystarczające, aby ryzyko błędnego wyniku zmalało poniżej 0.1%?

Zadanie 2 Pokaż, bezpośrednim rachunkiem, że analizowany na ćwiczeniach trzy qubitowy protokół kwantowej korekcji błędów chroniący przed pojedynczym błędem typu bit-flip (σ_x) zadziała również w sytuacji, gdy ‘błędą operacją’ przed którą chcemy się chronić jest operacja $U(\theta) = e^{i\sigma_x\theta}$, gdzie θ pewien nieznan parametr. *Wskazówka:* zapisz najpierw $U(\theta)$ jako pewną kombinację liniową $\mathbb{1}$ i σ_x .