Informacja Kwantowa 1/2

Seria 6

do oddania na 31.03.2011

Zadanie na zaliczenie. Dwa fotony zostały przygotowane w stanie:

$$|\Psi\rangle_{AB} = \lambda_0|\leftrightarrow\rangle_A|\updownarrow\rangle_B - \lambda_1|\updownarrow\rangle_A|\leftrightarrow\rangle_B,$$

gdzie λ_0 i λ_1 są rzeczywiste i spełniają $\lambda_0^2 + \lambda_1^2 = 1$.

a) Obliczyć prawdopodobieństwo $p(\theta_a, \theta_b)$ zmierzenia fotonów po przejściu przez polaryzatory ustawione pod kątami odpowiednio $\theta_a/2$ oraz $\theta_b/2$ dane wyrażeniem

$$p(\theta_a, \theta_b) = \left|\left({}_A\langle\theta_a|{}_B\langle\theta_b|\right)|\Psi\rangle_{AB}\right|^2,$$

gdzie $|\theta_a\rangle_A = \cos\frac{\theta_a}{2}|\leftrightarrow\rangle_A + \sin\frac{\theta_a}{2}|\updownarrow\rangle_A$ i analogicznie $|\theta_b\rangle_B = \cos\frac{\theta_b}{2}|\leftrightarrow\rangle_B + \sin\frac{\theta_b}{2}|\updownarrow\rangle_B$.

b) Znaleźć funkcję korelacji $C(\theta_a, \theta_b)$ wynikającą z przypisania wynikom detekcji wartości ± 1 będącą kombinacją prawdopodobieństw

$$C(\theta_a, \theta_b) = p(\theta_a, \theta_b) - p(\theta_a + \pi, \theta_b) - p(\theta_a, \theta_b + \pi) + p(\theta_a + \pi, \theta_b + \pi) \tag{1}$$

Uwaga: wygodnie jest użyć funkcji trygonometrycznych $\sin\theta_a, \cos\theta_a, \sin\theta_b, \cos\theta_b$.

c) Sprawdzić, że dla $\lambda_0 = \lambda_1 = 1/\sqrt{2}$ otrzymujemy wynik z wykładu.

Zadanie dla satysfakcji. Jaka jest maksymalna wartość kombinacji Bella

$$\mathcal{B} = C(\theta_{a_1}, \theta_{b_1}) + C(\theta_{a_1}, \theta_{b_2}) + C(\theta_{a_2}, \theta_{b_1}) - C(\theta_{a_2}, \theta_{b_2})$$

dla funkcji korelacji $C(\theta_a, \theta_b)$ danej wzorem (1) przy dowolnym wyborze kątów $\theta_{a_1}, \theta_{b_1}, \theta_{a_2}, \theta_{b_2}$? Jaki warunek muszą spełniać λ_0, λ_1 aby można było zaobserwować łamanie nierówności Bella dla stanu $|\Psi\rangle$?