

# Informacja Kwantowa 1/2

## Seria 7

do oddania na 07.04.2011

Operator rzutowy na stan polaryzacji pary fotonów

$$|\Psi_{-}\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\rangle_A|\downarrow\rangle_B - |\downarrow\rangle_A|\leftrightarrow\rangle_B)$$

można zapisać jako

$$|\Psi_{-}\rangle\langle\Psi_{-}| = \frac{1}{4}(\hat{\mathbb{1}} \otimes \hat{\mathbb{1}} - \hat{\sigma}_1 \otimes \hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_2 \otimes \hat{\sigma}_2 - \hat{\sigma}_3 \otimes \hat{\sigma}_3),$$

gdzie

$$\hat{\mathbb{1}} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_1 \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_2 \equiv \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_3 \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Korzystając z powyższego wzoru, obliczyć szybko, prosto i bezboleśnie wartość oczekiwaną

$$\langle\Psi_{-}|(\hat{\sigma}_{\mathbf{a}} \otimes \hat{\sigma}_{\mathbf{b}})|\Psi_{-}\rangle = \text{Tr}_{AB} [|\Psi_{-}\rangle\langle\Psi_{-}|(\hat{\sigma}_{\mathbf{a}} \otimes \hat{\sigma}_{\mathbf{b}})],$$

gdzie

$$\hat{\sigma}_{\mathbf{a}} = a_1\hat{\sigma}_1 + a_2\hat{\sigma}_2 + a_3\hat{\sigma}_3, \quad \hat{\sigma}_{\mathbf{b}} = b_1\hat{\sigma}_1 + b_2\hat{\sigma}_2 + b_3\hat{\sigma}_3.$$

*Pożyteczne tożsamości:*

$$(\hat{A}_1 \otimes \hat{B}_1)(\hat{A}_2 \otimes \hat{B}_2) = (\hat{A}_1\hat{A}_2) \otimes (\hat{B}_1\hat{B}_2), \quad \text{Tr}_{AB}(\hat{A} \otimes \hat{B}) = (\text{Tr}_A\hat{A})(\text{Tr}_B\hat{B}).$$