

Mechanika Kwantowa R 2016/2017, Seria 6

Zadanie 1 Stosując metodę wariacyjną oszacuj energię stanu podstawowego atomu wodoru używając jako funkcji próbnych funkcji Gaussa. Porównaj liczbową wartość otrzymanej energii z wynikiem ścisłym.

Zadanie 2 Cząstka o masie m znajduje się w potencjalnie dwuwymiarowej studni:

$$V(x, y) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \\ +\infty & \text{pozostałe } x \text{ i } y \end{cases}$$

zaburzonej przez

$$V'(x, y) = \begin{cases} V_0 \cos(\pi x/a) \cos(\pi y/a) & 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \\ 0 & \text{pozostałe } x \text{ i } y \end{cases}$$

W pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń wyznacz poprawki do energii w stanie podstawowym i pierwszym wzbudzonym.

Zadanie 3 Oddziaływanie pomiędzy trzema oscylatorami harmonicznymi o częstościach ω_a , ω_b i ω_c dane jest hamiltonianem

$$\hat{H}_{\text{int}} = g\hat{a}^\dagger\hat{b}^\dagger\hat{c} + h.c.,$$

gdzie $g \in \mathbf{C}$, \hat{a} , \hat{b} , \hat{c} są operatorami anihilacji dla odpowiednich oscylatorów, a " $h.c.$ " oznacza sprzężenie hermitowskie już wypisanych wyrazów. Wyznacz z dokładnością do wyrazów kwadratowych w g poprawki do poziomów energetycznych hamiltonianu bez oddziaływania. Możesz założyć, że częstości oscylatorów dobrane są w taki sposób, że nie występuje degeneracja w hamiltonianie bez oddziaływania.

Zadanie 4 Cząstka o masie m porusza się w jednym wymiarze w polu siły o potencjale $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 + \alpha x^4$.

- Znajdź poprawkę do energii stanu podstawowego w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń traktując człon αx^4 jako małe zaburzenie.
- Postaraj się poprawić ten wynik (zbliżyć się do prawdziwej wartości) stosując metodę wariacyjną wykorzystując funkcję próbną postaci: $\psi_\lambda(x) = \mathcal{N}_\lambda e^{-\lambda x^2}$, gdzie λ jest parametrem wariacyjnym