Mechanika Kwantowa R 2016/2017, Seria 8

Zadanie 1 Rozważ kwantowy układ dwupoziomowy S, o wektorach bazowych $|0\rangle_S$,$|1\rangle_S$, oraz otoczenie E będące również układem dwupoziomowym przygotowanym w chwili początkowej w stanie $|0\rangle_E$. Efekt oddziaływania układu z otoczeniem reprezentuje ewolucja unitarna, której działanie na wektory bazowe $|i\rangle_S \otimes |0\rangle_E$ ma postać:

$$U|0\rangle_S \otimes |0\rangle_E = |0\rangle_S \otimes |0\rangle_E, \quad U|1\rangle_S \otimes |0\rangle_E = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_S \otimes |1\rangle_E + |1\rangle_S \otimes |0\rangle_E).$$

Załóżmy, że w chwili początkowej stan układu i otoczenia jest postaci:

$$|\Psi\rangle_{SE} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_S + e^{i\varphi}|1\rangle_S) \otimes |0\rangle_E,$$

gdzie φ jest dowolną fazą

a) Znajdź końcowy stan $|\Psi'\rangle_{SE}$ powstający w wyniku zadziałania operacją U na stan $|\Psi\rangle_{SE}$.

b) Znajdź zredukowaną macierz gęstości układu S po oddziaływaniu z otoczeniem

c) Postaraj się wymyślić jakąś miarę „dekoherencji” stanu S i odpowiedz na pytanie czy stopień dekoherencji stanu układu S zależy od wartości parametru φ.

Zadanie 2 Dla stanu dwóch qubitów postaci

$$\rho = p|\Psi^-\rangle\langle\Psi^-| + \frac{(1-p)}{4}\mathbb{1} \tag{1}$$

gdzie $|\Psi^-\rangle = (|01\rangle - |10\rangle)/\sqrt{2}$, a $\mathbb{1}$ jest maceirzą jednostkowąm zbadaj dla jakich parametrów p będą łamane nierówności Bella, jeśli jako pomiary wybierzesz te które były optymalne w przypadku stanu $|\Psi^-\rangle$—zastanów się czy faktycznie są optymalne również dla tego stanu.

Zadanie 3 Rozważ stan splątany postaci:

$$|\Psi_p\rangle = \sqrt{p}|0\rangle \otimes |1\rangle - \sqrt{1-p}|1\rangle \otimes |0\rangle.$$

gdzie $0 \leq p \leq 1$ jest parametrem determinującym „siłę” splątania. W przypadku $p = 1, 0$ stan nie jest splątany, a dla $p = 1/2$ uzyskujemy jeden ze stanów Bell'a $|\Psi_-\rangle$. Na wykładzie pokazaliśmy jak dobrać pomiary aby uzyskać łamanie nierówności Bella na stanie $|\Psi_-\rangle$[1]. Uzyskaliśmy wtedy, że wielkość $|\langle C\rangle|$ występująca w nierówności Bella uzyskiwała wartość $2\sqrt{2}$.

a) Zastosuj ten sam zestaw pomiarów który stosowaliśmy w przypadku stanu $|\Psi_-\rangle$ do niemaksymalnie splątanego stany $|\Psi_p\rangle$ i oblicz wielkość $|\langle C\rangle|$.

b) Dla jakich p obserwujemy łamanie nierówności Bella

c) Postaraj się zmodyfikować tak pomiary aby łamanie nierówności Bella zachodziło dla każdej wartości $p \neq 0, 1$

[1] A mierzyła obserwable $\sigma_{\vec{a_1}}$ lub $\sigma_{\vec{a_2}}$ a B $\sigma_{\vec{b_1}}$ lub $\sigma_{\vec{b_2}}$, gdzie odpowiednie wektory Blocha miały postać: $\vec{a}_1 = (1,0,0)$, $\vec{a}_2 = (0,0,1)$, $\vec{b}_1 = (1,0,1)/\sqrt{2}$ $b_2 = (1,0,-1)/\sqrt{2}$. Stosujemy notację $\sigma_{\vec{a}} = a_x\sigma_x + a_y\sigma_y + a_z\sigma_z$

Zadanie 4 Rozważ dwa spiny 1/2 przygotowane początkowo w stanie $|+\rangle_z \otimes |+\rangle_z$. Wyobraźmy sobie, że ktoś nam przesyłan te spiny, ale nasz układ odniesienia jest zupełnie nie uzgodniony w układem nadawcy—tzn. nasze osie układu współrzędnych są przypadkowo obrócone względem osi nadawcy. Jak matematycznie powinniśmy opisać w tej sytuacji efektywnie stan który otrzymujemy od nadawcy? Uwaga: jeśli myślimy o tym opisie w sensie powtarzania eksperymentu, to przyjmujemy, że przy każdym wysłaniu cząstek, mamy sytuację, w której za każdym razem nasz układ odniesienia doznaje przypadkowego obrotu względem układu nadawcy. Czy istnieje jakakolwiek możliwość przesyłania informacji zakodowanej w stanach spinowych układu w takiej sytuacji?