

Mechanika Kwantowa 3/2

Seria 1

do oddania na 21.05.2015

Zadanie 1 Rozważ równanie Kossakowskiego-Lindblada opisujące ewolucję macierzy gęstości qubitu postaci:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\gamma}{2} \left(\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \sigma_i \rho \sigma_i - \rho \right)$$

- Sprawdź, że równanie ma postać jak wyprowadzona na wykładzie
- Rozwiąż równanie i podaj $\rho(t)$ w funkcji $\rho(0)$. Zinterpretuj tę ewolucję w obrazie Kuli Blocha
- Znajdź odpowiadające tej ewolucji operatory Krausa w funkcji czasu.

Zadanie 2 Rozważmy model eksperymentu Sterna-Gerlacha w którym atom o spinie $1/2$ i momencie magnetycznym μ porusza się w kierunku x przelatując przez obszar pola magnetycznego skierowanego w kierunku z , zmieniającego się liniowo w tym kierunku ¹: $\vec{B}(z) \approx (B_0 + kz)\hat{e}_z$. Przyjmijmy, że atom oddziałuje z polem magnetycznym oddziaływaniem danym Hamiltonianem

$$H = -\mu\vec{\sigma}\vec{B} = -\mu\sigma_z(B_0 + kz), \quad (1)$$

przy czym oddziaływanie trwa czas δt , w którym to czasie przyjmujemy, że atom czuje wciąż takie samo pole magnetyczne B .

Niech stan początkowy atomu będzie postaci: $|\Psi(0)\rangle = |s\rangle \otimes |\varphi\rangle_z$, gdzie $|s\rangle = a|+\frac{1}{2}\rangle + b|-\frac{1}{2}\rangle$ jest ogólnym stanem spinowym atomu, natomiast $|\varphi\rangle_z$ opisuje przestrzenne stopnie swobody atomu w kierunku osi z (dla uproszczenia pomijamy kwantowy opis kierunków x, y . Kierunek y jest nieistotny, a w kierunku x mówimy po prostu, że cząstka przelatuje przez urządzenie pomiarowe.). Przyjmijmy, że $|\varphi\rangle_z$ jest stanem Gaussowskim postaci (używamy reprezentacji pędowej):

$$|\varphi\rangle_z = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/4}} \int dp e^{-p^2/(4\sigma^2)} |p\rangle \quad (2)$$

- Znajdź stan końcowy $|\Psi(\delta t)\rangle$, czyli stan atomu po przejściu przez urządzenie (pomiń ewolucję swobodną w przestrzennych stopniach swobody, uwzględnij jedynie Hamiltonian oddziaływania. Dla uproszczenia możesz również przyjąć $B_0 = 0$).
- Oblicz zredukowaną spinową macierz gęstości — tzn. stan atomu po wyśladowaniu po przestrzennych stopniach swobody. Zinterpretuj tę ewolucję w obrazie kuli Blocha.
- Zapisz superoperator Φ_Λ pozwalający na obliczenie końcowej macierzy gęstości spinu na podstawie stanu początkowego
- Zapisz odpowiednią macierz dynamiczną i wyznacz kanoniczne operatory Krausa opisujące ewolucję spinu.

¹To jest przybliżenie, bo takie pole nie spełniałoby równania Maxwella $\text{div}\vec{B} = 0$, czyli musi coś się dziać też w innych kierunkach...