# Kwantowa Teoria Pomiaru i Estymacji

## Seria 10

do oddania na 8.01.2015

**Zadanie 1** Rozważ interferometr Macha-Zehndera, do którego na wejściu wpuszczono stan $|\psi\rangle = |\alpha\rangle \otimes |r\rangle$, gdzie $|r\rangle = e^{\frac{1}{2}r(b^{\dagger 2} - b^2)}|0\rangle$ jest stanem ściśniętym próżni, a $|\alpha\rangle$ jest stanem koherentnym. Na wykładzie zdążyliśmy pokazać, że średnia liczba fotonów w tym stanie wynosi $\bar{N} = |\alpha|^2 + \sinh^2 r$. Skorzystaj z wzoru wyprowadzonego na wykładzie:

$$\Delta\varphi = \frac{\sqrt{\cos^2\varphi \Delta^2 J_z + \sin^2\varphi \Delta^2 J_x - 2\cos\varphi \sin\varphi \ \mathrm{cov}(J_x, J_z)}}{|\sin\varphi \langle J_z\rangle + \cos\varphi \langle J_x\rangle|} \tag{1}$$

aby zapisać wyrażenie na precyzję estymacji fazy w tym przypadku. Przyjmując, że $r > 0$ stwierdź jaka powinna być faza amplitudy $\alpha$, aby niepewność była najmniejsza. Następnie stwierdź dla jakiej fazy $\varphi$ osiągniemy najlepszą precyzję. Następnie postaraj się swierdzić jaki będzie optymalny podział całkowitej energii $\bar{N}$ pomiędzy stan koherentny i ściśnięty. Interesuje nas zachowanie asymptotyczne czyli asymptotyczne skalowanie tych energii dla dużych $N$ a tym samym asymptotyczne skalowanie precyzji. Czy możliwe jest uzyskanie skalowania Heisenberga w ten sposób. W powyższym rozumowaniu możesz wspomóc się numeryką.