

Kwantowa Teoria Pomiaru i Estymacji

Seria 5

do oddania na 17.11.2014

Zadanie 1 (5 pkt) Rozważmy estymację Bayesowską z inną funkcją kosztu niż średnie odchylenie kwadratowe. W sytuacji gdy estymujemy fazę (lub inny parametr kątowy), czyli $\theta \in [0, 2\pi]$ bardziej praktyczna jest funkcja kosztu postaci $C(\theta, \tilde{\theta}) = 4 \sin^2 \left(\frac{\theta - \tilde{\theta}}{2} \right)$, która dla małych różnic θ i $\tilde{\theta}$ jest równoważna wariancji ale respektuje fakt, że różnica w fazie 2π nie jest istotna. Niech średni koszt będzie dany przez:

$$\bar{C} = \int d\theta dx \, 4 \sin^2 \left(\frac{\theta - \tilde{\theta}(x)}{2} \right) p(x|\theta)p(\theta) \quad (1)$$

Znajdź ogólną postać optymalnego estymatora Bayesowskiego dla tej funkcji kosztu

Zadanie 2 (5 pkt) Zastanów się na warunkami wysycania Bayesowskiej nierówności Cramera-Rao i pokaż, że model który rozważaliśmy na ćwiczeniach jest jednym dla którego ta nierówność rzeczywiście jest wysycana.