

Mechanika kwantowa
III rok
Zadania domowe – seria 1

zadanie 1 (*)

Funkcja falowa $\Psi(x)$ dana jest wzorem

$$\Psi(x) = \begin{cases} Ax, & 0 \leq x < x_0 \\ 2Ax_0 - Ax, & x_0 \leq x < 2x_0 \\ 0 & \text{w pozostałych punktach} \end{cases}$$

- a) Znajdź stałą normalizacyjną A gwarantującą, że $\int |\Psi(x)|^2 dx = 1$
- b) Znajdź transformatę Fouriera $\mathcal{F}(k)$ tej funkcji falowej.
- c) Oblicz $\langle x \rangle$, $\langle k \rangle$, $\sigma_x^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$, $\sigma_k^2 = \langle (k - \langle k \rangle)^2 \rangle$
- d) Sprawdź, czy spełniona jest zasada nieoznaczoności $\sigma_x \sigma_k \geq \frac{1}{2}$

zadanie 2 (3 pkt)

Rozważmy rodzinę funkcji

$$\delta_\epsilon = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \frac{1}{x - i\epsilon}$$

Pokaż, że granica $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \delta_\epsilon$ ma własności funkcji delta Diraca:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta_\epsilon(x) dx = 1$$

oraz

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta_\epsilon(x) dx = f(0)$$

Uwaga - zadania z gwiazdką (*) należą do „kanonu”: ich bezbłędne rozwiązanie jest niezbędne do zaliczenia ćwiczeń.