

Seria domowa nr I

11 marca 2014

Zad. 1. Napisz program, który przyjmie z klawiatury jedną liczbę naturalną n , a następnie wypisze na ekran wynik dzielenia b :

$$b = \frac{1}{a},$$

gdzie a będzie zmieniało się o 1 w zakresie $[-n, n]$. Program powinien wypisać na ekran liczby zmiennoprzecinkowe oraz sprawdzać czy wykonanie dzielenia jest dozwolone.

Zad. 2. Napisz program, który narysuje na ekranie kwadrat ASCII z dwoma przekątnymi o wymiarach podanych przez użytkownika. Kwadrat powinien zostać narysowany za pomocą znaku $\#$, natomiast jeden z trójkątów powstałych w wyniku przecięcia się przekątnych powinien zostać wypełniony dowolnym innym znakiem podanym przez użytkownika.

Zad. 3. Napisz program przyjmujący z klawiatury dwie liczby, wykonujący na nich podstawowe działania arytmetyczne i wyświetlający wynik na standardowe wyjście. Działanie, które ma być wykonane na liczbach powinno być określone przez użytkownika poprzez wpisanie odpowiedniej cyfry z klawiatury (np. 0 - dodawanie, 1 - odejmowanie, itd.). Program powinien sprawdzać, czy wykonanie dzielenia dla podanej pary liczb jest dozwolone.

Zad. 4. Napisz program rysujący choinkę o wysokości podawanej ze standardowego wejścia. Przykładowy wynik wykonania programu dla wysokości 4 to:

```
  *
 ***
*****
*****
```

Zad. 5. Napisz program obliczający pole S trójkąta, którego boki a, b, c mają długości zadane przez użytkownika. Skorzystaj ze wzoru Herona

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} ,$$

gdzie $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$ jest połową obwodu trójkąta.

Program ma sprawdzać czy boki mają długość większą od zera, oraz czy spełniają nierówność trójkąta

$$a+b > c, \quad |a-b| < c .$$

Zad. 6. Stwórz program, który wypisze na ekran rozwinięcie wzoru skróconego mnożenia dla dowolnego $N > 0$ zadanego przez użytkownika

$$(a+b)^N = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} a^{N-k} b^k .$$

Wydruk powinien wyglądać mniej więcej tak ($N = 2$):

```
(a+b)^2 =
a^2 + 2 a b + b^2
```

Stwórz pomocniczą funkcję obliczającą symbol Newtona

$$\binom{N}{k} = \frac{N!}{k!(N-k)!} = \frac{(k+1) \cdots (N-1) \cdot N}{1 \cdot 2 \cdots (N-k)} .$$

Zwróć uwagę na szczególne przypadki formatowania, gdy $k = 0, 1, N-1$ lub N .

Zad. 7. Napisz program rysujący kwadrat z przekątnymi. Długość boku kwadratu n podawana jest z klawiatury. Polecenie

```
cout << a;
```

powinno pojawić się w programie tylko raz.

Przykład dla $n=7$:

```

a  a  a  a  a  a  a
a  a              a  a
a      a      a      a
a          a          a
a      a      a      a
a  a              a  a
a  a  a  a  a  a  a
```

Zad. 8. Napisać program obliczający wartość iloczynu $\prod_{k=1}^{\infty} \frac{4k^2}{4k^2-1}$. Program powinien mnożyć pierwsze n wyrazów (n wczytywane z klawiatury) i wypisać wynik końcowy na ekran. Wartość dokładna takiego wyrażenia to $\frac{\pi}{2}$. Korzystając z tej informacji proszę wypisywać na ekran moduł różnicy co 5-tej obliczonej wartości iloczynu i wartości granicy tego iloczynu. Jeśli moduł ten jest mniejszy niż 0,005, to należy zakończyć pracę programu i wypisać wynik na ekran. Wskazówki: $|a| = \text{fabs}(a)$. Funkcja **fabs** znajduje się w bibliotece **cmath**. Wartość liczby π znajduje się w bibliotece **cmath** jako **M_PI**.

Zad. 9. Napisz program obliczający n -ty wyraz ciągu Fibonacciego. Ciąg Fibonacciego definiujemy rekurencyjnie: $F_0 = 0, F_1 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ dla $n \geq 2$. Program powinien obliczać kolejne wyraz ciągu, począwszy od $n = 2$ i wypisywać każdy z nich na ekran. Jeśli $F_n > 4000$, przerwać pracę programu. Wskazówka: użyć komendy **break** i pętli nieskończonej.

Zad. 10. Napisz funkcję liczącą objętość stożka $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ o promieniu podstawy R i wysokości h podanych jako argumenty. Napisz program wypisujący na ekran wynik działania tej funkcji.

Zad. 11. Napisz program zawierający funkcję obliczającą wartość sumy $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(2i-1)(2i+1)}$. Granicą tej sumy przy $i \rightarrow \infty$ jest 0,5. Niech sumowanie odbywa się do kroku, w którym różnica między dotychczasową wartością sumy a jej granicą w nieskończoności zmaleje do ε . Niech wartość ε będzie podawana z klawiatury przez użytkownika na początku programu.

Wskazówka: $|x| = \text{fabs}(x)$. Funkcja **fabs** znajduje się w bibliotece **cmath**.

Zad. 12. Napisz program zawierający funkcję wypisującą na ekran wartość n -tego wyrazu ciągu zdefiniowanego rekurencyjnie w następujący sposób: $a_1 = 1, a_n = \sqrt{3 \cdot a_{n-1} + 10}$. Granicą tego ciągu w nieskończoności jest 5. Niech program wykonuje się do kroku, kroku, w którym różnica między dotychczasową wartością sumy a jej granicą w nieskończoności zmaleje do ε . Niech wartość ε będzie podawana z klawiatury przez użytkownika na początku programu.

Wskazówka: $|x| = \text{fabs}(x)$. Funkcja **fabs** znajduje się w bibliotece **cmath**.

Zad. 13. Wiedząc, że funkcje $\ln(x+1)$ i $\arctg(x)$ można rozwinąć w szeregi postaci:

$$\ln(x+1) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} x^n$$

$$\arctg(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)} x^{2n+1}$$

napisz program, który będzie liczył wartość $\ln(\arctg(x))$. Program ma:

- zawierać funkcję `logarytm(x)` liczącą wartość $\ln(x)$
- zawierać funkcję `arctg(x)` liczącą wartość $\arctg(x)$
- obliczać przybliżoną wartość $\ln(\arctg(x))$ dla x i n wczytanych ze standardowego wejścia i wypisywać ją na ekran
- liczyć różnicę między przybliżonym wynikiem a wartością obliczoną przy użyciu funkcji `log(x)` i `atan(x)` z biblioteki `cmath`

Zad. 14. Napisz program liczący pierwiastek kwadratowy metodą Newtona, w której wartość $\sqrt{x}$ oblicza się iteracyjnie wg. wzoru:

$$a_{n+1} = a_n - \frac{a_n^2 - x}{2a_n}$$

gdzie a_n oznacza przybliżenie wartości pierwiastka otrzymane w kroku n (tzn. a_{n+1} stanowi lepsze przybliżenie $\sqrt{x}$, niż a_n). Program powinien:

- zawierać funkcję `pierwiastek(x,n)` liczącą n -te przybliżenie wartości $\sqrt{x}$
- obliczać przybliżoną wartość $\sqrt{x}$ dla x, n i x_0 wczytanych ze standardowego wejścia
- liczyć różnicę między przybliżonym wynikiem a wartością obliczoną przy użyciu funkcji `sqrt(x)` z biblioteki `cmath`