

Zadania domowe z Podstaw Fizyki II

Seria 11

Zad.1

Obliczyć uśrednioną po czasie gęstość energii płaskiej fali elektromagnetycznej o częstotliwości ω i amplitudzie E_0 w ośrodku przewodzącym o dużym przewodnictwie σ ($\sigma \gg \epsilon\epsilon_0\omega$). Wykazać, że w energii dominuje wkład od pola magnetycznego.

Zad.2

Pokazać, że w fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w przewodniku pole magnetyczne \mathbf{H} jest opóźnione w fazie względem pola elektrycznego \mathbf{E} . Znaleźć to opóźnienie w przypadku bardzo dobrego przewodnika ($\sigma \gg \epsilon\epsilon_0\omega$).

Zad.3

Długa, szeroka płyta wykonana z materiału o przewodnictwie σ , ograniczona płaszczyznami $x = h$ i $x = -h$, owinięta jest cienkim przewodem, w którym płynie prąd zmienny o natężeniu $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$. Liczba zwojów przewodu na jednostkę długości wynosi n , przy czym zwoje nawinięte są gęsto, równoległe do siebie. Zaniedbując efekty brzegowe, znaleźć rzeczywistą amplitudę pola magnetycznego wewnątrz płyty wyrażając ją przez głębokość wnikania δ .
Wsk. Obliczenia wygodniej jest przeprowadzić na falach w zapisie zespolonym.

Zad.4

Wykazać, że w materiale przewodzącym o przewodnictwie σ , przy uwzględnieniu prądu przewodnictwa $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$ i prądu przesunięcia, elektromagnetycznej fali harmonicznej o częstotliwości ω odpowiada zespolona liczba falowa $k = \alpha + i\beta$, dla której

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\mu_0\epsilon\epsilon_0}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0\omega}\right)^2} + 1 \right)^{1/2}}, \quad \beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\mu_0\epsilon\epsilon_0}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0\omega}\right)^2} - 1 \right)^{1/2}}.$$

Pokazać, że dla słabego przewodnika ($\sigma \ll \omega\epsilon\epsilon_0$) głębokość wnikania fali $\delta = 1/\beta$ nie zależy od częstotliwości ω i obliczyć ją dla wody destylowanej, której przewodnictwo $\sigma = 5 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$.

Zad.5

Rozważyć falowod prostokątny o rozmiarach 2,28cm x 1,01cm. Jakie mody TE będą rozchodzić się w tym falowodzie, jeśli częstota wymuszająca wynosi $1,70 \cdot 10^{10}$ Hz?

Dla jakiego zakresu częstotliwości wymuszających, w falowodzie zostanie wzbudzony tylko jeden mod TE? Jakie długości fali (w nieograniczonej przestrzeni) odpowiadają tym częstotliwościom?

Zad.6

Wykazać, że energia w modzie TE_{mn} w falowodzie rozchodzi się z prędkością grupową. W tym celu należy znaleźć uśrednione po czasie: wektor Poyntinga $\langle \mathbf{P} \rangle$ i gęstość energii $\langle w \rangle$, a następnie scałkować te wielkości po przekroju poprzecznym falowodu, aby otrzymać energie przypadające na jednostkę czasu i na jednostkę długości falowodu.

Zad.7

Rozważyć prostopadłościenną wnękę rezonansową o długościach krawędzi a , b i d , czyli doskonale przewodzące pudełko utworzone przez zamknięcie dwóch końców prostokątnego falowodu w $z = 0$ i $z = d$. Wykazać, że częstotliwości rezonansowe dla modów TE i TM dane są wzorem

$$\omega_{lmn} = c\pi \sqrt{(l/d)^2 + (m/a)^2 + (n/b)^2},$$

gdzie l , m i n są liczbami całkowitymi. Znaleźć odpowiadające im pola \mathbf{E} i \mathbf{B} .