Fizyka I (mechanika) 1100-1AF14

Wykład 1

October 2, 2023

Plan wykładu

Przydatne informacje

Strona przedmiotu:

https://usosweb.fuw.edu.pl/kontroler.php?_action=katalog2/przedmioty/pokazPrzedmiot&kod=1100-1AF14

Strona wykładu:

https://www.fuw.edu.pl/~gonz/dydaktyka/fizyka1/Wyklad23_24.html

Zadania domowe nie są obowiązkowe, ale należy je rozwiązywać!

Terminarz kolokwiów i egzaminów:

2023.11.20	08:00-12:00	0.03*a*, 1.01, 1.02, 1.40	Kolokwium 1
2024.01.08	08:00-12:00	0.03, 0.03*a*, 1.02, 1.03	Kolokwium 2
2024.01.29	08:00-13:00	0.03*a*, 0.06, 1.01	Egzamin pisemny
2024.02.19	08:00-13:00	1.02, 1.03, B2.38Biof	Egzamin poprawkowy pi

Co to jest fizyka?

Fizyka –
— nauka przyrodnicza
— nauka podstawowa
— nauka zajmująca się badaniem oddziaływań odpowiedzialnych za postać Wszechświata

A co to jest nauka?

Pytanie nie tylko filozoficzne...

Metodologia fizyki

Przede wszystkim: fizyka jest nauką eksperymentalną,
tzn. opartą na obserwacjach i kontrolowanych doświadczeniach,
które stanowią ostateczną weryfikację poglądów, modeli i teorii.

Inaczej mówiąc: (Wszech)świat nas sprawdza i zmusza do korekty poglądów!

Znaczenie matematyki w fizyce

- Mówi się, że matematyka jest językiem fizyki, i jest to, oczywiście, prawda.
- Ale problem jest znacznie głębszy:
  Wszechświat odkrywa swoje tajemnice tylko wtedy,
  gdy zadajemy pytanie sformułowane w języku matematyki.
  A przecież matematyka mogłaby istnieć w oderwaniu
  od Wszechświata!
- Dlaczego tak jest, tzn., dlaczego Wszechświat jest matematyczny?, pozostaje WIELKIM PYTANIEM filozofii.
- Faktem jest, że odkrywanie mechanizmów rządzących Wszechświatem rozpoczęło się wtedy, gdy zaczęto przeprowadzać doświadczenia i analizować je metodami matematycznymi - **przełomowe koncepcje Galileusza**.

Mechanizmy rozwoju fizyki

Mechanizmy są dwa, silnie ze sobą sprzężone:

- Odkrywanie nowych zjawisk poprzez eksperymenty i budowanie na ich podstawie teorii (np. powstanie mechaniki kwantowej).
- Tworzenie nowych teorii przez “wgląd w istotę rzeczy” i weryfikacja eksperymentalna (np. powstanie ogólnej teorii względności).

Tak, czy inaczej:

EKSPERYMENT (czyli POMIAR) JEST ARGUMENTEM OSTATECZNYM

Pomiary i ich dokładność

- Każdy pomiar można wykonać tylko z określoną dokładnością (nie istnieją pomiary o nieskończenie wielkiej precyzji)
- Na niepewność otrzymanego wyniku wpływa kilka czynników:
  - Dokładność przyrządu
  - Statystyczny (przypadkowy) charakter badanego zjawiska
  - Niekontrolowany (i zwykle trudny do oszacowania) wpływ czynników zewnętrznych

Jednostki podstawowe układu SI

Będziemy posługiwać się układem SI, w którym jednostkami podstawowymi są:

- kilogram - masa
- metr - długość
- sekunda - czas
- amper - natężenie prądu elektrycznego
- kandela - światłość
- kelwin - temperatura
- mol - ilość substancji

Jednostki pochodne: wszystkie pozostałe jednostki wielkości fizycznych (np. niuton, dżul, $\mathrm{m/s^2}$).

Pomiar i definicja podstawowych wielkości fizycznych

Rozwój technik pomiarowych prowadzi do coraz dokładniejszego wyznaczenia podstawowych wielkości fizycznych.
Na pewnym etapie rozwoju tych prac okazuje się, że dokładność ta jest tak duża, że można *przyjąć określoną wartość* tej wielkości.
Jako pierwsza została w ten sposób ustalona "prędkość światła", czyli prędkość rozchodzenia się fali elektromagnetycznej w próżni.
Od 1983 r. przyjmuje się, że prędkość światła c wynosi:

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}.$$

Pomiar i definicja podstawowych wielkości fizycznych

Skoro tak, to można zdefiniować *metr* jako odległość, którą światło pokonuje w czasie

$$\frac{1}{299792458}\,\mathrm{s},$$

przy czym sekunda jest określona przez odwrotność częstotliwości przejścia między nadsubtelnymi poziomami atomu cezu 133. Częstotliwość ta wynosi:

$$9192631770\,\mathrm{s}^{-1}.$$

Pomiar i definicja podstawowych wielkości fizycznych

W 2017 r. osiągnięto wystarczającą dokładność pomiarową stałej Plancka h, ładunku elementarnego e, stałej Boltzmanna k_B i stałej Avogadra N_A, aby możliwe było przyjęcie *ustalonych wartości* tych wielkości i użycia ich do definicji pozostałych jednostek:

$$h = 6.62607015 \times 10^{-34}\ \mathrm{Js}$$
$$e = 1.602176634 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$
$$k_B = 1.380649 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$$
$$N_A = 6.02214076 \times 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}.$$

Ponadto, światłość źródła emitującego promieniowanie monochromatyczne o częstotliwości 540×10^{12} Hz (555 nm) wynosi 683 lm/W (= cd sr W^{-1} = cd sr kg^{-1} m^{-2} s ^{3}).

Pomiar i definicja podstawowych wielkości fizycznych

Kilogram jest zdefiniowany przez przyjęcie wartości stałej Plancka, która wynosi $h = 6.62607015 \times 10^{-34}$ Js ($=$ kg m^{2}s^{-1})

Przedrostki

eksa	E	10^{18}	1 000 000 000 000 000 000
peta	P	10^{15}	1 000 000 000 000 000
tera	T	10^{12}	1 000 000 000 000
giga	G	10^{9}	1 000 000 000
mega	M	10^{6}	1 000 000
kilo	k	10^{3}	1 000
hekto	h	10^{2}	100
deka	da	10^{1}	10
-	-	10^{0}	1
decy	d	10^{-1}	0,1
centy	c	10^{-2}	0,01
mili	m	10^{-3}	0,001
mikro	μ	10^{-6}	0,000 001
nano	n	10^{-9}	0,000 000 001
piko	p	10^{-12}	0,000 000 000 001
femto	f	10^{-15}	0,000 000 000 000 001
atto	a	10^{-18}	0,000 000 000 000 000 001

Alfabet grecki

Alfa	α	A
Beta	β	B
Gamma	γ	Γ
Delta	δ	Δ
Epsilon	ϵ	E
Dzeta	ζ	Z
Eta	η	H
Theta	θ	Θ
Jota	ι	I
Kappa	κ	K
Lambda	λ	Λ
My	μ	M
Ni	ν	N
Ksi	ξ	Ξ
Omikron	o	O
Pi	π	Π
Rho	ρ	P
Sigma	σ	Σ
Tau	τ	T
Ipsylon	υ	Υ
Phi	ϕ	Φ
Chi	χ	X
Psi	ψ	Ψ
Omega	ω	Ω

Wektory

Szkolne "definiecje" wektora:

- Obiekt posiadający kierunek, zwrot i długość.
- Uporządkowana para punktów.
- Odcinek ze strzałką.

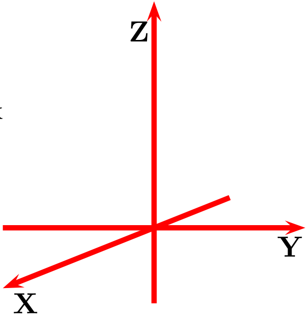
Definicje zbliżone do poprawności:

- Element unormowanej przestrzeni wektorowej.
- Tensor pierwszego rzędu, którego współrzędne transformują się w określony sposób przy obrocie układu współrzędnych.

Potrzebne nam będzie intuicyjne rozumienie wektora (i przy tym pozostaniemy) oraz *ścisłe* posługiwanie się właściwościami tego obiektu.

Definicja układu współrzędnych prostokątnych

- **Wersor osi $\mathcal{O}x$**: wektor o długości jednostkowej, skierowany w kierunku dodatnim osi $\mathcal{O}x$.
- Na płaszczyźnie możemy wybrać dwa wzajemnie prostopadłe wersory definiujące osie $\mathcal{O}x$ i $\mathcal{O}y$. Jak wybrać kierunek trzeciego wersora? Odpowiedź: korzystamy *wyłącznie* z prawoskrętnego układu współrzędnych.
  Jest to układ, w którym wersor osi $\mathcal{O}z$ ma kierunek ruchu śruby *prawoskrętnej*, zaczepionej do wersorów $\vec{e}_x$ i $\vec{e}_y$, gdy wersorem $\vec{e}_x$ kręcimy w kierunku $\vec{e}_y$ przez kąt $\pi/2$.
- Dlaczego prawoskrętny? Jest to wyłącznie sprawa umowy, związana z orientacją przestrzeni $\mathbb{R}^3$ i *definicją iloczynu wektorowego* $\Rightarrow$ patrz wykład z *Analizy matematycznej*.

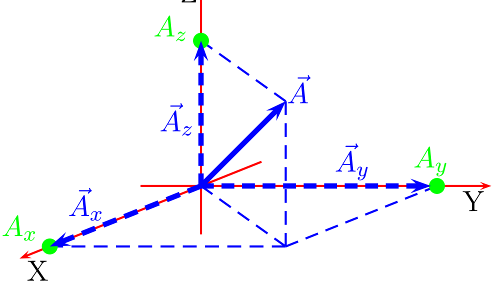


Współrzędne i składowe

- Współrzędne punktu na osiach układu $\mathcal{O}xyz$ określamy przez rzut prostokątny punktu na osie $\mathcal{O}x$, $\mathcal{O}y$, $\mathcal{O}z$.
- **Współrzędną wektora** na danej osi nazywamy **liczbę**, która jest równa różnicy współrzędnych końca i początku wektora na tej osi.
- **Składową wektora** $\vec{A}$ wzdłuż danej osi nazywamy **wektor**, który jest rzutem prostopadłym wektora $\vec{A}$ na tę oś.

$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$$

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z$$



Algebra wektorów

Warto zajrzeć: E. Karaśkiewicz, *Zarys teorii wektorów i tensorów.*

$$
\begin{aligned}
\vec{A}+\vec{B} &= \vec{B}+\vec{A} - \text{przemienność dodawania}\\
\vec{A}+\vec{0} &= \vec{A} - \text{istnieje wektor zerowy}\\
\vec{A}+\vec{A}' &= \vec{0} - \text{dla każdego wektora istnieje wektor przeciwny,} \vec{A}' = -\vec{A}\\
\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C}) &= (\vec{A}+\vec{B})+\vec{C} - \text{łączność dodawania}\\
a(\vec{A}+\vec{B}) &= a\vec{A}+a\vec{B} - \text{rozdzielczość dodawania względem mnożenia}\\
\vec{A}\cdot\vec{B} &= AB\cos(\sphericalangle(\vec{A},\vec{B})) - \text{iloczyn skalarny - liczba}\\
\vec{A}\times\vec{B} &= AB\sin(\sphericalangle(\vec{A},\vec{B}))\vec{e} - \text{iloczyn wektorowy - wektor}
\end{aligned}
$$

Iloczyn skalarny

Cosinus kąta między wektorami $\vec{A}$ i $\vec{B}$ jest równy iloczynowi skalarnemu wersorów w kierunku $\vec{A}$ i $\vec{B}$:

$$\cos(\sphericalangle(\vec{A},\vec{B})) = \vec{e}_A \cdot \vec{e}_B$$

Iloczyn skalarny wersorów wzajemnie prostopadłych:

$$\vec{e}_x \cdot \vec{e}_x = \vec{e}_y \cdot \vec{e}_y = \vec{e}_z \cdot \vec{e}_z = 1;$$
$$\vec{e}_x \cdot \vec{e}_y = \vec{e}_x \cdot \vec{e}_z = \vec{e}_y \cdot \vec{e}_z = 0.$$
$$\vec{e}_i \cdot \vec{e}_j = \delta_{ij}.$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{gdy} \quad i = j \\ 0 & \text{gdy} \quad i \neq j \end{cases}$$

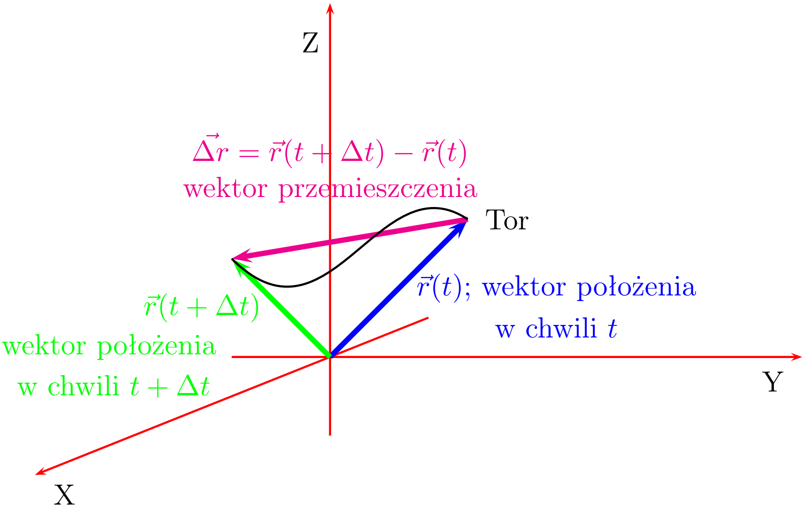
Jeśli $\vec{A} = A_x\vec{e}_x + A_y\vec{e}_y + A_z\vec{e}_z$ oraz $\vec{B} = B_x\vec{e}_x + B_y\vec{e}_y + B_z\vec{e}_z$, to:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z = \sum_{i=x,y,z} A_iB_i = A_iB_j\delta_{ij}$$

Punkt materialny

Punkt materialny - wygodna idealizacja (przybliżenie), gdy:
- nie interesuje nas struktura wewnętrzna obserwowanego obiektu;
- obserwowany obiekt jest *mały w porównaniu z* innymi obiektami;
- punkty materialne bywają całkiem duże (w porównaniu z rozmiarami człowieka) - np. pociąg relacji Warszawa - Gdańsk albo Ziemia krążąca wokół Słońca

Zmiana położenia w czasie

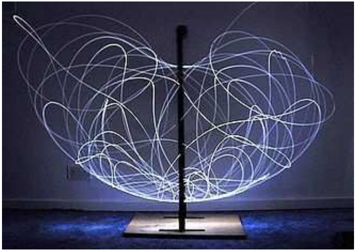


Położenie, przemieszczenie, tor, droga

- **Położenie** - wektor łączący początek układu współrzędnych z punktem materialnym.
  UWAGA! O położeniu można mówić dopiero wtedy, gdy się zdefiniuje układ odniesienia.
- **Przemieszczenie** - wektor, który jest różnicą położenia końcowego i początkowego.
- **Tor** - krzywa w przestrzeni, którą zakreśla poruszający się punkt.
- **Droga** - długość toru.

Wahadło podwójne

Zazwyczaj mamy do czynienia z torami, które można opisać za pomocą krzywych o regularnych kształtach: okrąg, parabola, prosta. Okazuje się, że w przypadku nawet bardzo prostych układów mechanicznych możemy zaobserwować bardzo skomplikowane tory. Przykładem może służyć wahadło podwójne:



Zdjęcie ruchu wahadła podwójnego uzyskane przy długiej ekspozycji. Na końcu wahadła znajduje się dioda świecąca.

Źródło: https://en.wikipedia.org/wiki/Double_pendulum.

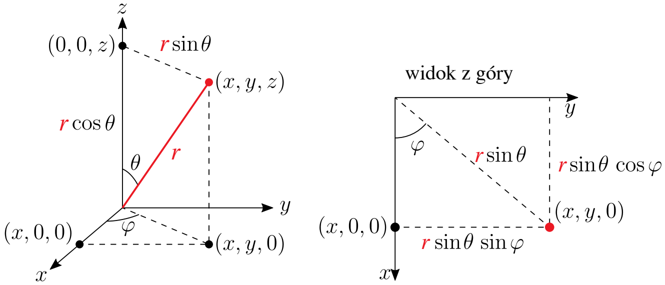
Chaos deterministyczny

Ruch wahadła podwójnego należy do klasy ruchów nazywanych ruchem chaotycznym. Tor ruchu chaotycznego wykazuje niezwykłą wrażliwość na warunki początkowe (położenie i prędkość wahadła w chwili $t = 0$): nawet nieznaczna ich zmiana prowadzi do całowicie różnych trajektorii.

U podłoża tych zjawisk tkwi to, że równania opisujące ruch takich układów są nieliniowe (tzn., położenie i prędkość w takim równaniu występują w potędze większej niż pierwsza).

Układ współrzędnych sferycznych

r = odległość od $(0,0,0)$ do (x,y,z)
θ = kąt między osią z a prostą przechodzącą przez (x,y,z) i $(0,0,0)$
φ = kąt między osią x a prostą przechodzącą przez $(x,y,0)$ i $(0,0,0)$

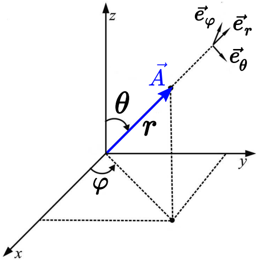


Współrzędne kartezjańskie i sferyczne są powiązane przez:

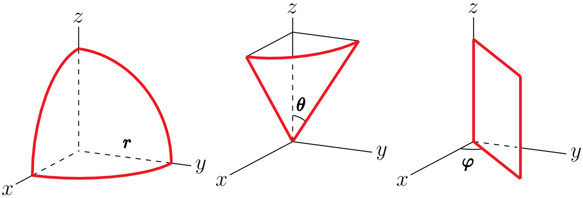
$$x = r\sin\theta\cos\varphi \qquad y = r\sin\theta\sin\varphi \qquad z = r\cos\theta$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2} \qquad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{y}{x} \qquad \theta = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z}$$

Układ współrzędnych sferycznych



$$\vec{A} = A_x\vec{e}_x + A_y\vec{e}_y + A_z\vec{e}_z = A_r\vec{e}_r + A_\theta\vec{e}_\theta + A_\varphi\vec{e}_\varphi$$



powierzchnia o stałym r | powierzchnia o stałym θ | powierzchnia o stałym φ

Prędkość jednostajna - doświadczenia

- Tor ruchu: wahadło chaotyczne
- Ruch kulki w cieczy; czas mierzony metronomem

Prędkość średnia i chwilowa: definicje

Prędkość średnia w przedziale czasu $(t, t + \Delta t)$:

$$\vec{v}_{sr} = \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{t + \Delta t - t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{e}_x + \frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{e}_y + \frac{\Delta z}{\Delta t}\vec{e}_z$$

Prędkość chwilowa:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{e}_x + \frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{e}_y + \frac{\Delta z}{\Delta t}\vec{e}_z \right) =$$

$$= \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{e}_x + \frac{dy}{dt}\vec{e}_y + \frac{dz}{dt}\vec{e}_z =$$

$$= \vec{v}_x + \vec{v}_y + \vec{v}_z = v_x\vec{e}_x + v_y\vec{e}_y + v_z\vec{e}_z = \vec{v}.$$

Prędkość średnia i chwilowa: ruch jednostajny prostoliniowy

Ruch jednostajny prostoliniowy z prędkością $\vec{v}$. Zawsze możemy tak ustawić osie układu współrzędnych, aby ruch odbywał się wzdłuż osi x: $\vec{v} = v\vec{e}_x$. Wtedy:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(t_0) + \vec{v}(t - t_0) = x(t_0)\vec{e}_x + v(t - t_0)\vec{e}_x$$

Prędkość średnia w przedziale czasu $(t, t + T)$:

$$\vec{v}_{sr} = \frac{\Delta\vec{r}(t, t + T)}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t + T) - \vec{r}(t)}{T} =$$

$$= \frac{1}{T}[x(t_0) + v(t + T - t_0) - x(t_0) - v(t - t_0)]\vec{e}_x = v\vec{e}_x = \vec{v}.$$

Prędkość chwilowa:

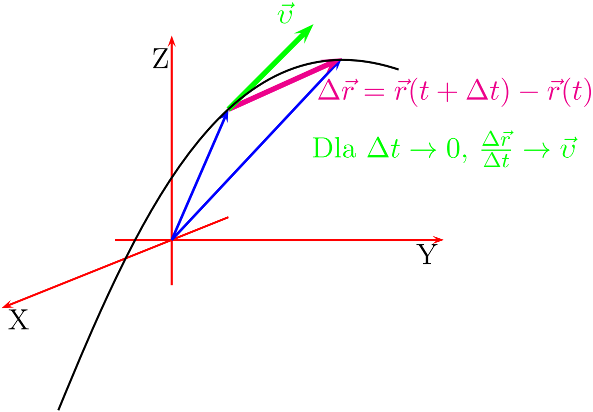
$$\vec{v}_{ch} = \lim_{T\to 0} \vec{v}_{sr} = \vec{v}$$

.

Prędkość jest wektorem stycznym do toru

$$\vec{v}_{sr} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$



Przyspiesznie - doświadczenia

- Ruch wózka na torze powietrznym: rejestracja za pomocą odczytu z fotokomórek.
- Ruch wózka na pochylonym torze powietrznym - rejestracja położenia i prędkości za pomocą fotokomórek.
- Ruch wózka na torze powietrznym: rejestracja za pomocą ultradźwięków.
- Niezależność ruchów w pionie i poziomie (strzał w górę z wózka na torze powietrznym, opadanie dwóch przedmiotów po różnych torach).
- Pomiar czasu spadku swobodnego – wyznaczenie g.

Niezależność ruchów

Pytanie: czy zawsze ruch w kierunku x jest niezależny od ruchu w kierunku y?
Odpowiedź: nie zawsze. Przykład - ruch naładowanej cząstki w polu magnetycznym, w którym przyspieszenie w kierunki x zależy od prędkości w kierunku y (i odwrotnie: przyspieszenie w kierunku y zależy od prędkości w kierunku x). Problem ten rozpatrzymy szczegółowo na następnym wykładzie.

Przyspieszenie średnie i chwilowe

Przyspieszenie średnie:

$$\vec{a}_{sr} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Przyspieszenie chwilowe:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

Opis ruchu jednostajnie przyspieszonego wzdłuż prostej

Doświadczenie pokazuje, że położenie ciała poruszającego się wzdłuż osi $\mathcal{O}x$ ze stałym przyspieszeniem można opisać za pomocą zależności:

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2,$$

gdzie:
t_0 jest chwilą początkową, od której zaczynamy analizować ruch;
x_0 jest punktem, w którym ciało znajdowało się w chwilij t_0;
v_0 jest prędkością ciała w chwili $t = t_0$ (zwykle nazywamy ją prędkością początkową);
a jest przyspieszeniem.
Pytanie: a jak opisać ruch jednostajnie przyspieszony, który nie zachodzi wzdłuż osi układu współrzędnych? Widać, że potrzebujemy zapisu wektorowego.

Opis ruchu jednostajnie przyspieszonego na płaszczyźnie

Rozpatrujemy dwa układy współrzędych: $\mathcal{O}xy$ oraz $\mathcal{O}x'y'$, przy czym osie $x'y'$ są obrócone o kąt α względem osi xy.

Niech ruch odbywa się wzdłuż osi $\mathcal{O}x$:

$$x(t) = x_{0x} + v_{0x}(t - t_0) + \frac{1}{2}a_x(t - t_0)^2.$$

W postaci wektorowej: $\vec{r}(t) = x\vec{e}_x = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2$.

Wektor $\vec{e}_x$ w układzie $\mathcal{O}x'y'$: $\vec{e}_x = \cos\alpha\vec{e}_{x'} - \sin\alpha\vec{e}_{y'}$.

W układzie $\mathcal{O}x'y'$ położenie opisywane jest przez dwie składowe:

$$\begin{cases} x'(t) = \left[x_0 + v_0\left(t - t_0\right) + \frac{1}{2}a\left(t - t_0\right)^2\right]\cos\alpha \\ y'(t) = \left[x_0 + v_0\left(t - t_0\right) + \frac{1}{2}a\left(t - t_0\right)^2\right](-\sin\alpha) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x'(t) = x_{0x'} + v_{0x'}\left(t - t_0\right) + \frac{1}{2}a_{x'}\left(t - t_0\right)^2 \\ y'(t) = x_{0y'} + v_{0y'}\left(t - t_0\right) + \frac{1}{2}a_{y'}\left(t - t_0\right)^2 \end{cases}$$

Zatem: $\vec{r}'(t) = x'(t)\vec{e}_{x'} + y'(t)\vec{e}_{y'} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2$.

Równanie wektorowe jest identyczne we wszystkich układach odniesienia.

Równanie wektorowe a równania skalarne

Równania skalarne na poszczególne współrzędne otrzymujemy z równania wektorowego przez obliczenie iloczynu skalarnego obu stron równania z kolejnymi wersorami osi:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2$$

$$\begin{aligned}
x(t) = \vec{e}_x \cdot \vec{r}(t) = \vec{e}_x \cdot [\vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \tfrac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2],\\
y(t) = \vec{e}_y \cdot \vec{r}(t) = \vec{e}_y \cdot [\vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \tfrac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2],\\
z(t) = \vec{e}_z \cdot \vec{r}(t) = \vec{e}_z \cdot [\vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \tfrac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2].
\end{aligned}$$

Zauważmy, że jeśli $\vec{v}_0$ i $\vec{a}$ są wektorami stałymi, to ruch opisany wektorem $\vec{r}(t)$ odbywa się w płaszczyźnie rozpiętej przez wektory $\vec{v}_0$ i $\vec{a}$.

Ruch w polu grawitacyjnym przy powierzchni Ziemi - rzut ukośny

Zadanie: W chwili t_0 punkt materialny znajduje się w punkcie o współrzędnych $\vec{r}_0$ i porusza się z prędkością $\vec{v}_0$ oraz stałym przyspieszeniem $\vec{g}$. Znaleźć położenie punktu materialnego dla czasów $t > t_0$ oraz równanie toru.

Rozwiązanie:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

Jest to ruch płaski odbywający się w płaszczyźnie wyznaczonej przez wektory $\vec{v}_0$ i $\vec{g}$, przechodząca przez punkt będący końcem wektora $\vec{r}_0$.

Równanie toru dla rzutu ukośnego w polu grawitacyjnym

Równanie parametryczne toru (parametr - czas t):

$$\begin{cases} x(t) &= x_0 + v_0 \cos\alpha \cdot t \\ y(t) &= y_0 + v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Równanie toru - otrzymujemy z równania parametrycznego przez eliminację parametru (w tym przypadku - czasu t):

$$y = y_0 + \operatorname{tg}\alpha (x - x_0) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x - x_0}{v_0 \cos\alpha} \right)^2$$

Rzut pionowy - zapis wektorowy

$$\vec{z}(t) = \vec{z}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$$

Ta postać jest *taka sama* we wszystkich układach odniesienia!
Różnice powstają, gdy *rzutujemy* to równanie na osie *wybranego* układu współrzędnych.