

Fizyka z Matematyką I (2018-2019)₁

Egzamin pisemny, 30 I 2019r.

Imię i nazwisko: _____ Numer indeksu: _____

1. W zbiorze $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ dane są podzbiory $A = \{1, 3, 5, 7, 8, 9\}$ oraz $B = \{2, 4, 6, 8, 9\}$. Wyznaczyć $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, \bar{A} , \bar{B} oraz $\bar{A} \cap \bar{B}$.

2. W przestrzeni \mathbb{R}^3 dane są wektory $\vec{a} = (1, 1, 2)$ oraz $\vec{b} = (2, 1, 1)$. Znaleźć $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, iloczyn skalarny $\vec{a} \cdot \vec{b}$ oraz odległość między \vec{a} i \vec{b} .

3. Wyznaczyć granicę następujących ciągów $a_n = \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$, $b_n = \frac{n^3+4n^2}{n^4+17n^3}$, $c_n = \sqrt[n]{2^n + 5^n}$.

4. Stosując jedno z kryteriów zbieżności (podać, z którego się korzysta), określić, czy dany szereg jest zbieżny:

$$s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}, \quad t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!}.$$

5. Narysować funkcję $f(x) = 3 + 2^x$. Podać jej dziedzinę, zbiór wartości. Dla jakich x funkcja jest rosnąca? Czy funkcja jest bijekcją?

6. Wyznaczyć pierwszą pochodną następujących funkcji: $f(x) = x^2e^{-2x}$, $g(x) = \cos(x^2)$.

7. Rozwinąć funkcję $f(x) = \sin(x)$ w szereg Taylora wokół punktu $x_0 = \frac{\pi}{2}$ do trzeciego nieznikającego rzędu włącznie.

8. Wyznaczyć całkę nieoznaczoną:

$$\int (x - 1) \ln(x) dx.$$

9. Ciało o masie m porusza się pod wpływem siły $F = m \cdot \cos(2)$. Znaleźć potencjał tej siły. Wyznaczyć $x(t)$, wiedząc, że $x(0) = 0$ oraz $v(0) = 0$.