

**Zadanie 1 (transformacja Lorentza położenia i czasu)**

Podaj postać transformacji Lorentza czasu i położenia.

**Zadanie 2 (równoczesność)**

Równoodległe lampy rozmieszczone na nieskończenie długiej i prostoliniowej ulicy zapalają się równocześnie. Narysuj to wydarzenie na wykresie Minkowskiego. Jak widział będzie to wydarzenie pojedynczy widz stojący pod jedną z lamp? W jaki sposób powinny się lampy zapalać, aby tenże widz stwierdził, że zapaliły się one jednocześnie?

**Zadanie 3 (widzieć i obserwować)**

Pojedynczy widz znajdujący się w początku układu współrzędnych przygląda się prętowi oddalającemu się od niego się ze stałą prędkością wzdłuż osi  $Ox$ . Pręt jest zorientowany prostopadłe do wektora prędkości. Opisz jakościowo kształt pręta widziany przez widza.

**Zadanie 4 (względność równoczesności)**

Niech zdarzenie  $A$  określone będzie przez współrzędne  $(x_A, ct_A)$ . Gdzie na wykresie Minkowskiego musi się znajdować zdarzenie  $B$  określone przez współrzędne  $(x_B, ct_B)$ , abyśmy mogli, przechodząc do różnych układów odniesienia, dowolnie zmieniać relację czasową między tymi zdarzeniami?

Czy można znaleźć taki układ odniesienia, w którym koronację Chrobrego poprzedziłaby bitwa pod Grunwaldem? Czy istnieje taki układ odniesienia, w którym te zdarzenia odbyłyby się w tym samym miejscu?

**Zadanie 5 (prędkość względna)**

Przy drodze siedzi widz. Dwa samochody oddalają się od niego, jeden w lewo, drugi w prawo, każdy z prędkością  $0,8c$  względem niego. Ktoś mógłby rzec: dla widza samochody oddalają się od siebie z prędkością  $1,6c$ , co jest sprzeczne z teorią względności. Wyjaśnij tę pozorną sprzeczność.

**Zadanie 6 (dylatacja czasu)**

W eksperymentach fizyki wysokich energii wykorzystuje się wiązki naładowanych mezonów  $\pi^\pm$ , które są niestabilne i ulegają rozpadowi (głównie na mion i odpowiednie neutrino). Szybkość znikania mezonów opisuje wzór identyczny ze szkolnym wzorem zwanym prawem zaniku jąder promieniotwórczych:

$$N(t) = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),$$

w którym parametr  $\tau$ , zwany własnym czasem życia i o wartości  $2,6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$  ( $c\tau = 7,8 \text{ m}$ ), wyznacza w układzie własnym cząstki czas, po którym liczba pierwotnych pionów zmniejsza się o czynnik  $e$  (w niektórych zastosowaniach wygodniej używać jest wielkości  $T_{1/2} = \tau \ln 2 \approx 0,69\tau$  określającej czas, po którym ubędzie połowa cząstek), natomiast  $N_0$  opisuje liczbę cząstek w chwili początkowej  $t = 0$ . W jednym z takich eksperymentów piony, poruszające się z prędkością  $\beta = 1 - 10^{-6}$ , musiały być doprowadzone do eksperymentu odległego o  $L = 100 \text{ m}$ .

- Jaki ułamek pierwotnej liczby pionów będzie wykorzystany w eksperymencie?
- Jaki byłby ten ułamek, gdyby szczególna teoria względności była fałszywa (nie obowiązywała w niej dylatacja czasu)? Przypuśćmy, że mezon rozpadł się, od momentu powstania, po czasie  $\Delta t_0 = 10^{-10} \text{ s}$  mierzonym w jego układzie własnym.
- Jaką drogę  $L$  przebył w laboratorium od chwili powstania do chwili rozpadu?
- Jaką drogę pokonał w jego układzie własnym?

**Zadanie 7 (transformacja kąta)**

Spoczywający w układzie  $U'$  pręt o długości  $L_0$ , nachylony pod kątem  $\varphi'$  do osi  $Ox'$  tego układu, porusza się względem układu  $U$  wzdłuż osi  $Ox$  z prędkościąadaną parametrem  $\beta$  transformacji Lorentza. Jaką jest długość  $L$  pręta w układzie  $U$  i pod jakim kątem  $\varphi$  jest on nachylony w tym układzie?

**Zadanie 8 (radar)**

Na ulicy, na której obowiązuje ograniczenie prędkości do  $60 \text{ km/h}$  na policyjnym radarze zmierzono przesunięcie ku fioletowi  $|z| = 6,02 \cdot 10^{-8}$  dla nadjeżdżającego samochodu. Czy kierowca złamał zakaz?

**Zadanie 9 (poprzeczny efekt Dopplera)**

Relatywistyczny świetlik porusza się prostopadłe do osi  $Y$  i równoległe do osi  $X$  układu  $U$  w odległości  $b$  od niej. Niech świetlik mrugnie w pewnym punkcie  $A$  swego toru w chwili  $t' = 0$  oraz w punkcie  $B$  po czasie  $T_0$  mierzonym w jego układzie własnym. Jakie odstępy czasowe  $\tau$  między mrugnięciami zarejestruje pojedynczy widz w początku układu  $U$ , jeśli prędkość świetlika w tym układzie wynosi  $v$ ? Rozważ przypadek graniczny, gdy odległość  $b$  jest bardzo duża i znacznie większa niż droga, jaką pokonuje świetlik między kolejnymi mrugnięciami.

**Zadanie 10 (transformacja Lorentza)**

Niech będzie dany pociąg o długości  $L_0 = 1,8 \cdot 10^6 \text{ km}$  i związany z nim układ odniesienia  $U'$ . Pociąg, jadąc z prędkością  $v = 0,8c$ , mija peron, z którym wiążemy układ odniesienia  $U$ . W ostatnim wagonie pasażer strzela z karabinu w kierunku lokomotywy z prędkością  $u = 0,6c$  w układzie pociągu. Po jakim czasie mierzonym w układzie pociągu, pocisk doleci do lokomotywy i jaką drogę pokona? Po jakim czasie mierzonym w układzie peronu, pocisk doleci do lokomotywy i jaką drogę pokona?

**Zadanie 11 (transformacja prędkości)**

Napisz postać transformacji prędkości.

**Zadanie 12 (prędkość podłużna)**

Statek kosmiczny wroga porusza się radialnie ku Ziemi z prędkością  $V = 0,4c$ . Wrogowie wystrzelują w kierunku Ziemi:

- wiązkę laserową – pokaż, że prędkość światła w układzie odniesienia Ziemi wynosi również  $c$ ;
- raketę z prędkością  $u = 0,8c$  względem układu odniesienia związanego z tym statkiem – jaka jest prędkość  $u_z$  tej rakiety w układzie odniesienia Ziemi (innymi słowy: z jaką prędkością raketa ta uderzy w Ziemię)?

**Zadanie 13 (pospieszność)**

Wielkość fizyczna  $\eta$ , zwana pospiesznością, służy do opisu własności cząstek, które powstają w wyniku zderzeń cząstek elementarnych. Zdefiniowana jest ona związkiem

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \frac{c + u_p}{c - u_p},$$

gdzie  $u_{||}$  jest składową prędkości wyprodukowanej w zderzeniu cząstki, równoległą do kierunku lotu cząstki-pocisku. Znajdź prawo transformujące pospieszności przy przejściu do innego układu.

**Zadanie 14 (prędkość względna)**

W jednym z akceleratorów zderzane są przeciwbieżne wiązki elektronów, których prędkość określona jest czynnikiem  $\gamma_e = 54\,000$  oraz protonów, dla których czynnik ten wynosi  $\gamma_p = 820$ . O ile różnią się prędkości tych cząstek od prędkości światła? Z jaką prędkością porusza się elektron obserwowany z protonu?

**Zadanie 15 (prędkość prostopadła)**

Niech układ odniesienia  $U$  będzie związany z peronem, a układ  $U'$  z pociągiem jadącym z prędkością  $V = 100$  m/s. Na peronie ustawiono pionowo palmę, po której wspina się małpa ze stałą prędkością  $v_y = u = 1$  m/s. Jaka składowa pionowa prędkości małpy zaobserwuje osoba siedząca w wagonie?

**Zadanie 16 (rozpad mezonu  $\pi^0$ )**

Nietrwała cząstka, zwana mezonem  $\pi^0$ , rozpada się na dwa kwanty (fotony)  $\gamma$ . Jeden z tych kwantów wyemitowany jest w układzie własnym pionu pod kątem  $\varphi'$  względem pierwotnego kierunku jego lotu. Przyjmij, że mezon porusza się w laboratorium z prędkością  $\beta c$ . Znajdź składowe  $u_x$  oraz  $u_y$  prędkości fotonu w laboratorium. Znajdź kąt  $\varphi$  mierzony względem osi  $Ox$ , pod jakim ulata on w tym układzie.

**Zadanie 17 (transformacja Lorentza pędu i energii)**

Podaj postać transformacji Lorentza pędu i energii.

**Zadanie 18 (jednostki eV, eV/c i eV/c<sup>2</sup>)**

Masa protonu wynosi (około)  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg. Ile wynosi jego energia spoczynkowa? Wynik podaj w jednostkach MeV. Podaj masę protonu w jednostkach MeV/c<sup>2</sup>. Zapamiętaj tę wartość, jak również wartość  $0,5$  MeV/c<sup>2</sup> masy spoczynkowej elektronu oraz fakt, że ma on masę (około) 1840 razy mniejszą od masy protonu. Podaj, w jednostkach MeV/c, pęd protonu, jeśli porusza się on z prędkością  $0,8c$ .

**Zadanie 19 (rozpad – warunek mas – zasada zachowania energii)**

Jaki warunek muszą spełniać masy  $m_b$ , i  $m_c$  cząstek  $b$  oraz  $c$ , aby mogły powstać z rozpadu cząstki  $a$  o masie  $m_a$ ?

**Zadanie 20 (rozpad mezonu  $\pi^+$ )**

Mezon  $\pi^+$  o masie  $m_\pi = 140$  MeV/c<sup>2</sup> rozpada się w spoczynku na lepton  $\mu^+$  o masie  $m_\mu = 105$  MeV/c<sup>2</sup> i neutrino, którego masa jest na tyle mała, że możemy bezpiecznie przyjąć, że jest równa zero. Znajdź pędy i energie (całkowite) produktów rozpadu.

**Zadanie 21 (rozpad pionu – elipsa pędów)**

Znajdź pędy mionu i neutrino w laboratorium, jeśli w układzie własnym rozpadającego się pionu, mion został wyemitowany pod kątem  $\varphi'$  względem zadanego w laboratorium pędu  $q$  pionu. Po jakim kątem  $\varphi$  zobaczymy mion i kątem  $\theta$  neutrino w laboratorium?

**Zadanie 22 (ruch układu środka masy)**

Dany jest układ  $n$  cząstek o masach  $m_i$ , pędach  $p_i$  oraz energiach całkowitych  $E_i = \sqrt{m_i^2 c^4 + c^2 p_i^2}$ . Z jaką prędkością i w którą stronę porusza się układ ich środka masy?

**Zadanie 23 (dopuszczalne procesy)**

Rozważ, czy możliwe są procesy:

- a)  $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ , tj. pojedynczy kwant  $\gamma$  (o dowolnej energii) może zamienić się na parę elektron-pozytron?
- b)  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma$ , czyli anihilacja z produkcją jednego kwantu?
- c)  $e^- \rightarrow e^- + \gamma$ , czyli „rozpad” elektronu?
- d)  $e^- + \gamma \rightarrow e^+$ , czyli pochłonięcie bez zmiany natury cząstki?

#### Zadanie 24 (reakcja $a + b \rightarrow d + e$ )

Cząstka  $a$  o masie  $m_a$  i pędzie  $p_a$  w laboratorium zderza się ze spoczywającą cząstką  $b$  o masie  $m_b$ . W wyniku reakcji  $a + b \rightarrow d + e$  powstają cząstki  $d$  oraz  $e$  o masach  $m_d$  i  $m_e$ . Jakie są pędy tych cząstek w układzie środka masy i układzie laboratoryjnym? Cząstka  $d$  emitowana jest pod kątem  $\varphi'$  w układzie środka masy. Pod jakim kątem uleci ona oraz cząstka  $e$  w układzie laboratoryjnym?

#### Zadanie 25 (energia progowa)

Jaką energię należy nadać pozytronowi o masie  $m = 0,5 \text{ MeV}/c^2$ , aby przy zderzeniu ze spoczywającym elektronem mógł powstać, w wyniku reakcji  $e^+ + e^- \rightarrow Z^0$ , bozon  $Z^0$  o masie  $m_Z = 90 \text{ GeV}/c^2$ ?

#### Zadanie 26 (stała Plancka)

Podaj wartość stałej Plancka  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$  w jednostkach  $\text{MeV}\cdot\text{fm}/c$ . Fotony światła widzialnego o jaskrawej barwie pomarańczowej, emitowane przez rozgrzany sód mają długość fali  $\lambda = 590 \text{ nm}$ . Oblicz energię takiego fotonu.

#### Zadanie 27 (krawędź Comptona)

Maksymalna energia kinetyczna  $E_k$ , jaką spoczywający elektron może przejąć w wyniku rozpraszania Comptonowskiego odgrywa rolę w pomiarach widma promieniowania gamma za pomocą detektorów scyntylacyjnych. Wspomniana wartość nazywana jest **krawędzią Comptona**. W pewnym eksperymencie stwierdzono, że krawędź Comptona wynosi  $510 \text{ keV}$ . Oblicz energię  $E$  padającego promieniowania gamma.

---

*Zadania uzupełniające o charakterze powtórzeniowym, głównie dotyczące wyprowadzenia wzorów na kontrakcję Lorentza, dylatację czasu i efekt Dopplera, do rozwiązania ze studentami, jeśli zostanie czas po rozwiązaniu zadań powyżej.*

#### Zadanie 28 (dylatacja czasu)

Układ odniesienia  $U'$  porusza się z prędkością  $v$  względem układu  $U$  wzdłuż jego osi  $Ox$ . W chwili, gdy początki obu układów mijają się, zegary są synchronizowane, tj. ich wskazania ustawiane są na zero i układy podróżują dalej. Co powiedzą obserwatorzy w każdym z układów o tym, jak płynie czas w drugim układzie w czasie dalszej podróży?

#### Zadanie 29 (względność równoczesności i kontrakcja Lorentza)

W początek i koniec jadącego z prędkością  $v$  pociągu o długości  $L_0$  w jego układzie własnym uderzyły dwa pioruny, zostawiając ślady na torach i na pociągu. Obserwatorzy w układzie pociągu stwierdzili, że pioruny te uderzyły jednocześnie. Co powiedzą obserwatorzy w układzie związanym z torami? Jaki odstęp czasowy między uderzeniami pioruna oni odnotuje? Ile wynosi odległość między śladami na torach? Jaka jest długość pociągu w układzie odniesienia związanym z torami?

#### Zadanie 30 (efekt Dopplera)

Układ  $U'$  wiążemy z relatywistycznym świetlikiem poruszającym się ze stałą prędkością,adaną parametrem  $\beta$ , względem układu  $U$ . Świetlik ten oddala się po linii prostej, mrugając z okresem  $T_0$  w układzie własnym. Jaką częstość  $\nu$  mrugania odnotują obserwatorzy związani z układem  $U$ ? Jaką częstość  $\nu$  mruga świetlika zmierzy pojedynczy widz usadowiony w początku układu  $U$ ?

#### Zadanie 31 (transformacja Lorentza)

Dany jest układ odniesienia  $U$  związany z Ziemią. W układzie tym spoczywają obok siebie bliźniacy Bolek i Lolek, którzy mają przy sobie zsynchronizowane zegary. W odległości  $L = 4 \text{ ly}$  (lat świetlnych), w spoczynku względem Ziemi, znajduje się stacja kosmiczna, będąca celem mającej się wkrótce rozpocząć podróży bliźniaków. W pewnej chwili Bolek rozpoczyna podróż do stacji kosmicznej z prędkością  $v_B = 0,6c$ . Lolek wyrusza po upływie  $t_0 = 1$  roku w tę samą podróż.  
(a) Z jaką prędkością  $v_L$  musi poruszać się Lolek względem Ziemi, aby do stacji kosmicznej dotrzeć równocześnie z Bolkim?  
(b) Który z bliźniaków będzie młodszy od drugiego w chwili spotkania i o ile?

#### Zadanie 32 (rozpad mezonu $\pi^0$ )

Nietrwała cząstka zwana mezonem  $\pi^0$  rozpada się na dwa kwanty  $\gamma$  (fotony). Znajdź najmniejszą i największą możliwą energię, jaką mogą z tej reakcji wynieść kwanty  $\gamma$ , jeśli mezon  $\pi^0$  porusza się z pędem  $p$ . Pokaż, że pierwiastek z iloczynu tych energii jest równy połowie energii spoczynkowej rozpadającej się cząstki, niezależnie od tego z jaką prędkością się ona porusza.