Fizyka I (mechanika) 1100 - 1AF14 Fizyka I 1100 - 1B01

Wykład 13

Jerzy Łusakowski

20.01.2020

Plan wykładu

Efekt Dopplera

Paradoks bliźniąt

Prędkość światła

Efekt Dopplera w akustyce

Rozpatrzmy nierelatywistyczną sytuację nieruchomego źródła dźwięku o częstotliwości f, umieszczonego w $x = 0$, w układzie $\mathscr{U}$ i odbiornika umieszczonego w $x' = 0$, w układzie $\mathscr{U}'$ poruszającym się z prędkością V w kierunku $+x$ (odbiornika oddala się od źródła). Prędkość dźwięku w ośrodku jest równa c. Pytanie: jaką częstotliwość dźwięku zarejestruje odbiornik?
Czas (jednakowy w $\mathscr{U}$ i $\mathscr{U}'$) upływający między emisją kolejnych maksimów fali akustycznej jest równy $T = 1/f$. Przypuśćmy, że n-te maksimum dotarło do odbiornika w chwili t_n, a kolejne jest w odległości $\lambda = c/f$ od odbiornika i dogania go z prędkością $c - V$. Zatem, kolejne maksimum dotrze do odbiornika w chwili $t_{n+1} = t_n + \lambda/(c-V) = t_n + c/[f(c-V)]$. Czyli odbiornik rejestruje kolejne maksima co $T' = c/[f(c-V)]$. Częstotliwość odbierana jest równa $f' = f(1 - V/c)$.

Efekt Dopplera w akustyce

Zauważmy, że gdyby detektor był nieruchomy, zaś źródło poruszało się w kierunku $-x'$, to z puntku widzenia (raczej - słyszenia...) detektora emitowana długość fali byłaby równa $(c+V)/f$ i kolejne maksima docierałyby do detektora w odstępach czasu $T' = (c+V)/(cf)$, czyli odbiornik rejestrowałby częstość $f' = f/(1+V/c)$.
Ten klasyczny wynik jest niezgodny z zasadą względności Einsteina - obie rozpatrywane sytuacje są identyczne, zmieniliśmy jedynie obserwatora, względem którego rozpatrujemy to doświadczenie.

Relatywistyczny efekt Dopplera

Rozpatrzmy ciąg impulsów emitowanych przez $\mathscr{O}$ w chwilach nT_0. Detektor znajduje się w $\mathscr{O}'$. Zdarzenie polegające na emisji n-tego impulsu ma w układzie $\mathscr{U}$ współrzędne $ct = cnT_0, x = 0$. W układzie $\mathscr{U}'$ ma zaś współrzędne:

$$x' = \gamma(0 - \beta cnT_0) = -\gamma\beta cnT_0; \qquad ct' = \gamma(ct - \beta x) = \gamma cnT_0.$$

Impuls ten zostanie odebrany przez $\mathscr{O}'$ w chwili $t' + (0 - x')/c = \gamma(1+\beta)nT_0$. Odstęp czasu między odbiorem kolejnych impulsów wynosi więc $T' = \gamma(1+\beta)T_0$, czyli częstotliwość:

$$f' = \frac{f}{\gamma(1+\beta)}.$$

Dla $\beta \to 0$, mamy $f' \approx f(1-\beta)$, czyli wynik nierelatywistyczny.

Relatywistyczny efekt Dopplera

Zauważmy, że ten sam wynik $f' = \frac{f}{\gamma(1+\beta)}$ otrzymamy, gdy przeanalizujemy sytuację z punktu widzenia obserwatora $\mathscr{O}'$. Mianowicie, załóżmy, że $\mathscr{O}'$ odbiera impulsy w chwilach nT_0', czyli rejestruje częstotliwość $1/T_0'$. Pytanie, z jaką częstotliwością były wysyłane sygnały przez $\mathscr{O}$?

Zdarzenie: rejestracja n-tego impulsu przez $\mathscr{O}'$. Współrzędne: $ct' = cnT_0', x' = 0$ i odpowiadające temu współrzędne w $\mathscr{U}$: $ct = \gamma cnT_0', x = \gamma\beta cnT_0'$. Impuls był zatem wyemitowany w $\mathscr{O}$ w chwili $t - (x-0)/c = \gamma nT_0' - \gamma\beta nT_0' = \gamma(1-\beta)nT_0'$. Zatem, częstotliwość nadawania

$$f = \frac{1}{T_0} = \frac{f'}{\gamma(1-\beta)}, \qquad \text{czyli} \qquad f' = \frac{f}{\gamma(1+\beta)}.$$

Sformułowanie problemu

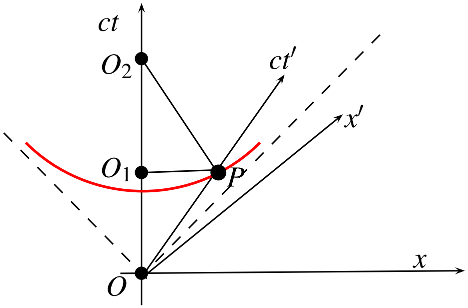
Paradoks jest to wniosek wynikajacy z pozornie poprawnego rozumowania. O paradoksie mówimy zwykle wtedy, gdy rozumowanie dotyczy spraw oczywistych.

Astronauta wyrusza z prędkością podświetlną w podróż do jednej z gwiazd, pozostawiając na Ziemi swojego brata-bliźniaka. Po dotarciu do gwiazdy natychmiast zawraca, a po przybyciu Ziemię stwierdza, że jest młodszy od swojego brata. Skoro jednak - z punktu widzenia astronauty - jego brat na Ziemi poruszał się w analogiczny sposób względem rakiety, jak astronauta względem Ziemi (najpierw oddalanie się, a potem - zbliżanie), to wydawać by się mogło, że po powrocie astronauty obaj bracia będą w tym samym wieku - wszak żaden z układów odniesienia nie jest wyróżniony. Paradoks polega na tym, że jednak brat-astronauta jest młodszy.

Brak symetrii w paradoksie bliźniąt

W paradoksie bliźniąt występują dwa elementy:
- *pierwszy*, to ten, że czas własny płynie wolniej, czyli, że słuszna jest transformacja Lorentza. Dowodów doświadczalnych na ten fakt jest baaaaardzo dużo, łącznie z doświadczeniem, w którym porównuje się wskazania zegarów atomowych będących na Ziemi z zegarami podróżującymi samolotami wokół Ziemi.
- *drugi*, to *pozorna* symetria między oboma układami odniesienia. Otóż, *tej symetrii nie ma*, gdyż astronauta podczas swej podróży *zmienia* układ odniesienia, podczas, gdy brat pozostający na Ziemi jest cały czas *w tym samym układzie odniesienia*.

Interpretacja geometryczna



O: start rakiety.

O_1: dotarcie do gwiazdy, czas mierzony na Ziemi.

O_2: powrót z gwiazd, czas mierzony na Ziemi.

P: dotarcie do gwiazdy, czas mierzony w rakiecie.

Krzywa kalibracyjna odpowiada wartości jednostkowej interwału:

$$c^2t^2 - x^2 = c^2t'^2 - x'^2 = 1.$$

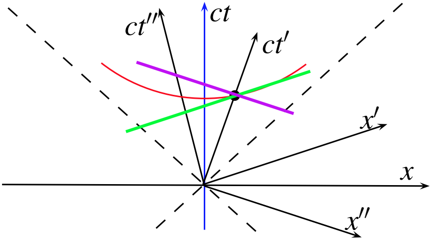
Widać, że czas w rakiecie płynął wolniej.

Zsynchronizowane sieci zegarów a paradoks bliźniąt

Mówilismy już, że dwa poruszające się względem siebie układy odniesienia należy rozumieć jak poruszające się względem siebie sieci zegarów, z których każda jest zsynchronizowana przez "swojego" obserwatora. Transformacja Lorentza porównuje współrzędne czasowe i przestrzenne zdarzeń, tzn. porównywane są wskazania zegarów znajdujących się - dowolnie blisko - punktu, w którym zachodzi zdarzenie (w naszym przypadku jest to punkt P czasoprzestrzeni - odwrócenie kierunku podróży).
W momencie, gdy astronauta zawraca i zmienia układ odniesienia, zaczyna poruszać się wraz z siecią zegarów, która jest zsynchronizowana zupełnie inaczej niż sieć zegarów, z którą poruszał się pierwotnie.

Różnica wieku między bliźniakami w chwili spotkania jest wynikiem różnicy wskazań zegarów dwóch sieci znajdujących się w pobliżu punktu P - każdemu z nich odpowiada innyczas na Ziemi. Taka zmiana sieci zegarów nie zachodzi w przypadku brata pozostającego na Ziemi.

Sieci zegarów w paradoksie bliźniąt



Linia niebieska (oś ct): linia świata zegara na Ziemi.
Linia zielona: sieć zsynchronizowanych zegarów w układzie ct', x'.
Lina fioletowa: Sieć zsynchronizowanych zegarów w układzie ct'', x''.
Czerwona krzywa - hiperbola kailibracyjna.
Linie przerywane - stożek świetlny zdarzenia $(0, 0)$.

Przejście z układu $\mathscr{U}'$ (oddalanie się rakiety od Ziemi) do układu $\mathscr{U}''$ (zbliżanie się do Ziemi) powoduje skokową zmianę wskazań zegara na Ziemi, z którym porównuje się astronauta.

Historia badań prędkości światła

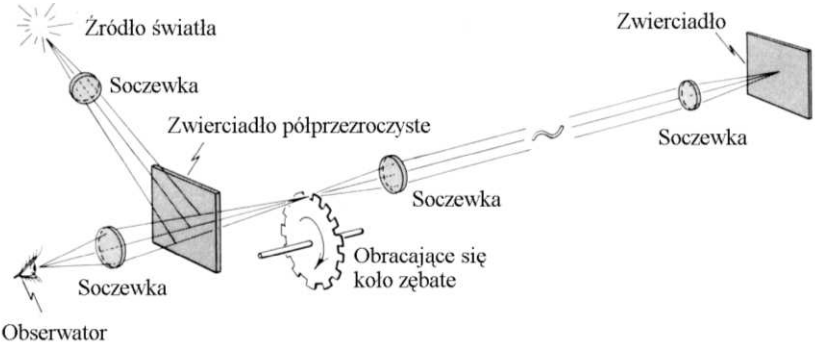
- Galileusz - koncepcja doświadczenia (1638 r.): dwaj obserwatorzy z latarniami wyposażonymi w zasłony, ustawieni w znanej odległości od siebie. Jest to typ metody "tam i z powrotem", w którym mierzona jest średnia prędkość światła rozchodzącego się w dwie strony. Technika stosowana także dziś.
- Pomiary astronomiczne
  - Ole Roemer, 1676 r.; periodyczne w ciągu roku wahania okresu obiegu Jowisza przez jego księżyc Io; pierwszy raz podana zmierzona wartość prędkości światła c = 214 000 km/s
  - James Bradley, 1727 r., pomiar aberracji światła gwiazd, c = 299 770 km/s.

Historia badań prędkości światła

Pomiary laboratoryjne:

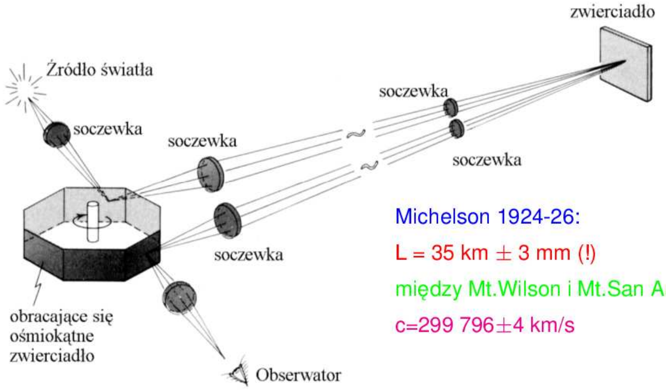
* metoda wirującego koła zębatego
  - H. L. Fizeau, 1848 r., c = 315 300 km/s
  - A. Cornu, 1874 r., $c = 300030 \pm 200$ km/s
  - Perrotin, 1902 r., $c = 299800 \pm 84$ km/s
* metoda wirującego zwierciadła
  - zaproponowana przez F. Arago w 1838 r.
  - zastosowana po raz pierwszy przez J. Foucaulta w 1850 r.; $c = 298000 \pm 500$ km/s
  - S. Newcomb, 1882 r., $c = 299\,810 \pm 30$ km/s
  - A. Michelson, 1926 r., $c = 299\,796 \pm 4$ km/s
* elektrooptyczna modulacja natężenia wiązki - efekt Kerra
  - A. Karolus i O. Mittelstaedt, 1929 r, $c = 299\,776 \pm 20$ km/s.
  - Grosse, 1967 r., $c = 299\,792{,}5 \pm 0{,}05$ km/s

Metoda Fizeau pomiaru prędkości światła



$L = 8633\text{m}$, 720 zębów

Metoda wirującego zwierciadła



Michelson 1924-26:

L = 35 km $\pm$ 3 mm (!)

między Mt.Wilson i Mt.San Antonio

c=299 796$\pm$4 km/s

Prędkość światła

Doświadczenia pokazują, że prędkość światła nie zależy od długości fali, polaryzacji i kierunku rozchodzenia się w przestrzeni.

Dziś przyjmujemy, że prędkość światła ma dokładnie wartość

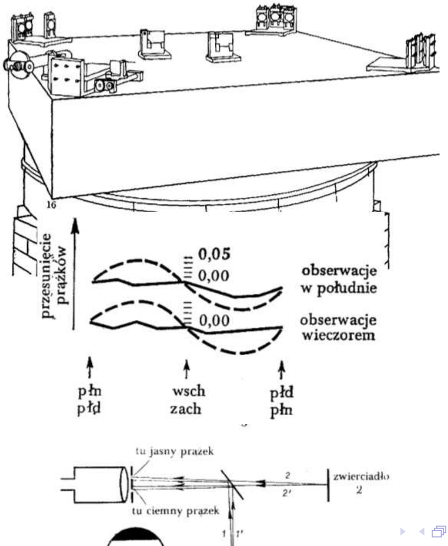
$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

i względem tej wartości definiujemy metr jako odległość, którą światło przybywa w czasie 1/299792458 s.

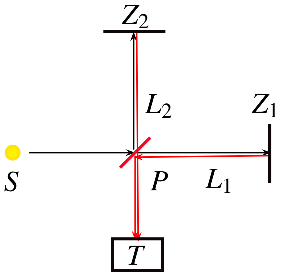
Hipoteza eteru i doświadczenie Michelsona - Morley'a

Eter - hipotetyczna substancja rozciągająca się wszędzie (nawet w próżni), przenikająca wszystko.
Eter był "potrzebny", aby wyjaśnić zagadnienie rozchodzenia się światła - wydawało się, że musi istnieć jakiś ośrodek, w którym światło się rozchodzi.
Eter wiązano z absolutną, nieruchomą przestrzenią Newtona.
Eter, gdyby istniał, musiałby mieć niewykłe właściwości
- byłby bardzo sprężysty (ogromna wartość prędkości światła),
a jednocześnie doskonale przezroczysty i przenikliwy (np. ruch planet odbywa się bez zauważalnego oporu).

Doświadczenie Michelsona - Morley'a



Hipoteza eteru i doświadczenie Michelsona - Morley'a



Z_1, Z_2 - zwierciadła, T - teleskop, S - źródło światła
Obserwowano obraz interferencyjny promieni odbitych od zwierciadeł Z_1 i Z_2.
Obraz interferencyjny powstaje w wyniku różnicy dróg $P \rightarrow Z_1 \rightarrow P$ oraz $P \rightarrow Z_2 \rightarrow P$.

Hipoteza eteru i doświadczenie Michelsona - Morley'a

Przypuśćmy, że ramię PZ_1 jest skierowane zgodnie z ruchem Ziemi względem eteru. Ziemia porusza się względem eteru z prędkością υ_Z, zaś światło - z prędkością c. Względem interferometru światło porusza się z taką prędkością c', że wynikająca z tego prędkość światła względem eteru jest równa c. Oznacza to, że gdy światło porusza się w interferometrze w kierunku ruchu Ziemi (droga $P \to Z_1$), jego prędkość względem interferometru wynosi $c - \upsilon_z$, a gdy przeciwnie - prędkość jest równa $c + \upsilon_z$. Czas potrzebny na przebycie drogi $P \to Z_1 \to P$ wynosi:

$$\Delta t_1 = \frac{L_1}{c - \upsilon_Z} + \frac{L_1}{c + \upsilon_Z} = \frac{2L_1}{c}\gamma^2,$$

gdzie

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad \beta = \frac{\upsilon_Z}{c}.$$

Hipoteza eteru i doświadczenie Michelsona - Morley'a

Dla promienia poruszającego się w drugim ramieniu, prędkość w układzie interferometru c' musi spełniać zależność:

$$c^2 = c'^2 + v_z^2, \qquad \text{czyli} \qquad c'^2 = c^2 - v_z^2.$$

Czas potrzebny na przebycie drogi $P \to Z_2 \to P$ wynosi:

$$\Delta t_2 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v_z^2}} = \frac{2L}{c}\gamma.$$

Różnica $\Delta t_1 - \Delta t_2$ powoduje różnicę fazy promieni docierających do lunety i pojawieniu się obrazu inerferencyjnego.

Hipoteza eteru i doświadczenie Michelsona - Morley'a

Badano, czy obraz się zmieniał, gdy interferomer był obracany wokół osi pionowej o 90^{o} - oczekujemy wtedy zmiany $\Delta t_1 - \Delta t_2$. Nie zaobserwowano zmiany obrazu interferencyjnego.
W doświadczeniu Kennedy'ego i Thorndike'a prowadzono obserwacje przez wiele miesięcy, szukając zmiany obrazu interferencyjnego wywołanego ruchem Ziemi wokół Słońca.

Wszystkie te doświadczenia dały wynik negatywny,
co doprowadziło do
odrzucenia hipotezy o istnieniu eteru.