Informacja Kwantowa 1/2

Seria 3

do oddania na 31.10.2016

Cztery stany polaryzacji pojedynczego fotonu dane są wektorami stanu:

$$|\tau_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |\tau_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}, |\tau_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{2\pi i/3}\sqrt{2} \end{pmatrix}, |\tau_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-2\pi i/3}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

a) Obliczyć moduły iloczynów skalarnych pomiędzy tymi stanami.

b) Narysować elipsy polaryzacji dla powyższych stanów, podając długości półosi głównych i ich orientację (kąt obrotu) względem laboratoryjnego układu odniesienia.

c) Znaleźć wektory Blocha odpowiadające powyższym stanom. Jaką bryłę tworzą wskazywane przez te wektory punkty na sferze Blocha?

Wskazówka dla punktu b): można wystartować z zależności:

$$E_x(t) = E_{0x} \cos \omega_0 t$$
$$E_y(t) = E_{0y} \cos(\omega_0 t - \varphi),$$

gdzie E_{0x} oraz E_{0y} odpowiadają składowym wektora stanu. Potem wyrazić $\cos \omega_0 t$ oraz $\sin \omega_0 t$ przez pozostałe wielkości, a następnie skorzystać z jedynki trygonometrycznej $\cos^2 \omega_0 t + \sin^2 \omega_0 t = 1$ aby otrzymać równanie kwadratowe wiążące $E_x(t)$ oraz $E_y(t)$. Końcowym krokiem jest poszukanie kąta obrotu θ

$$\begin{pmatrix} E'_x(t) \\ E'_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{pmatrix}$$

dla którego po transformacji w równaniu kwadratowym będzie znikał człon krzyżowy proporcjonalny do iloczynu $E'_x(t)E'_y(t)$.