

# Informacja Kwantowa 1/2

## Seria 9

do oddania na 19.11.2018

- a) Dla dwóch rozkładów binarnej zmiennej losowej  $p, 1-p$  oraz  $q, 1-q$  entropia względna (dywergencja Kullbacka-Leiblera) jest funkcją dwóch parametrów  $p$  oraz  $q$ :

$$D(p||q) = p \log_2 \frac{p}{q} + (1-p) \log_2 \frac{1-p}{1-q}.$$

Narysować wykres poziomicowy (konturowy) funkcji  $D(p||q)$  na kwadracie  $0 \leq p, q \leq 1$ . Jaka jest najmniejsza i największa wartość tej funkcji? Dla jakich argumentów są osiągnane te wartości?

- b) Przypuśćmy, że mamy dwie zmienne losowe: zmienną  $X$ , która przyjmuje  $K$  wartości  $x_i, i = 1, \dots, K$  z prawdopodobieństwami  $p(X = x_i) = p_i$  oraz zmienną  $Y$ , która przyjmuje  $L$  wartości  $y_j, j = 1, \dots, L$  z prawdopodobieństwami  $p(Y = y_j) = q_j$ .

Rzucamy niesymetryczną monetą i z prawdopodobieństwem  $r$  wybieramy zmienną losową  $X$ , a z prawdopodobieństwem  $1-r$  wybieramy zmienną  $Y$ . W ten sposób otrzymujemy nową zmienną losową  $Z$  o  $K+L$  wartościach  $x_1, \dots, x_K, y_1, \dots, y_L$  z prawdopodobieństwami  $rp_1, \dots, rp_K, (1-r)q_1, \dots, (1-r)q_L$ .

Wyrazić entropię (informację Shannona)  $H(Z)$  przez prawdopodobieństwo  $r$  oraz entropie  $H(X)$  i  $H(Y)$  zmiennych losowych  $X$  oraz  $Y$ .